

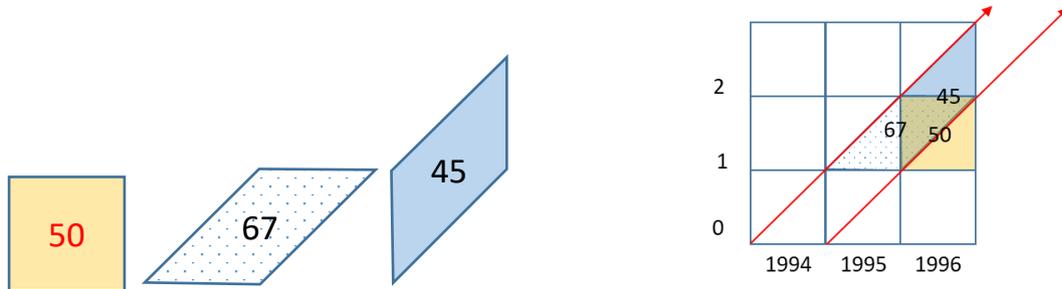
## TD 2 : Diagramme de Lexis, calcul des taux par âge

### Exercice 1 : localisation des événements et des populations

Exercice 1.1 : Localisez sur le diagramme de Lexis 50 décès à 1 an révolu en 1996

Exercice 1.2 : Localisez sur le diagramme de Lexis 67 décès à 1 an révolu dans la génération 1994

Exercice 1.3 : Localisez sur le diagramme de Lexis 45 décès dans la génération 1994 en 1996



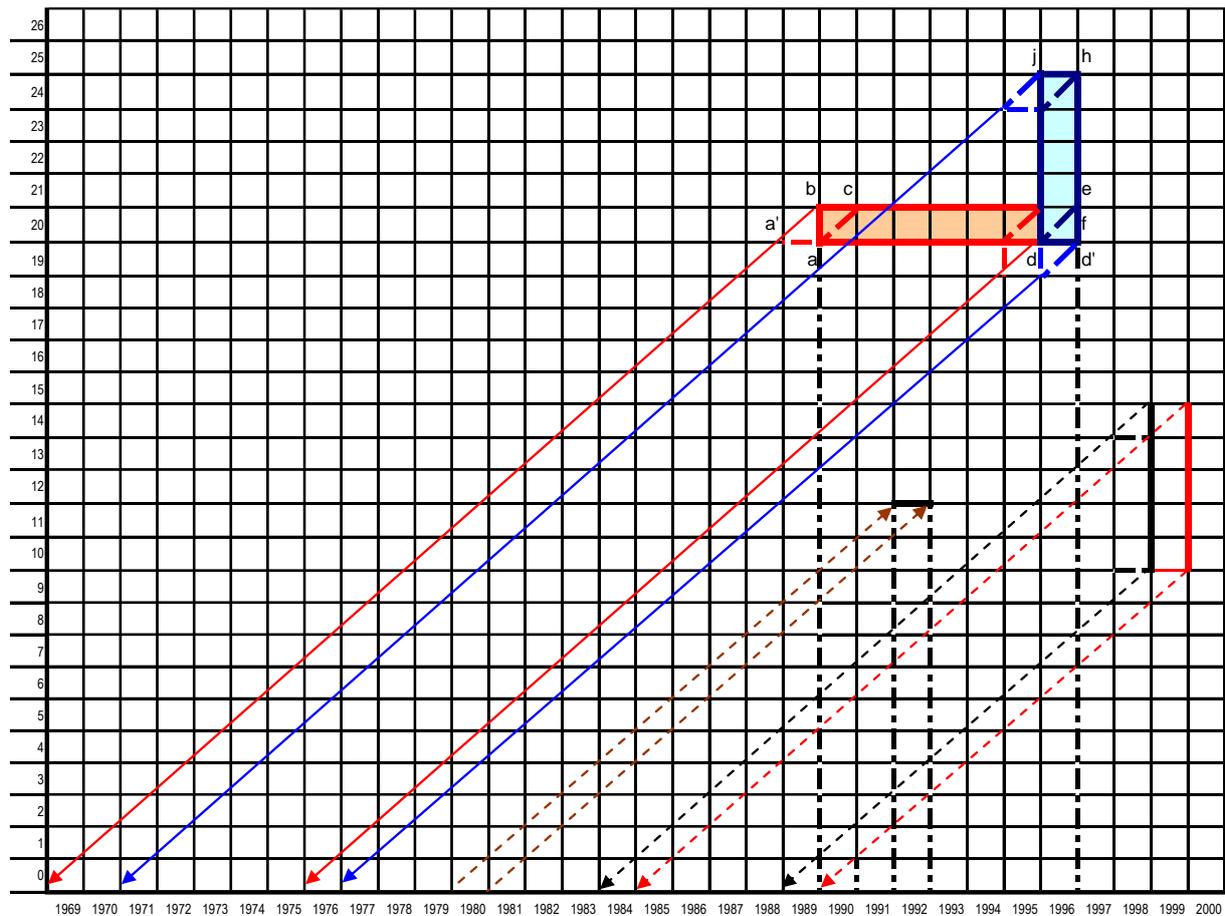
Exercice 1.4 : A quelle(s) génération(s) appartient ceux qui se sont mariés à 20-24 ans en 1996 ?

Exercice 1.5 : En quelle(s) année(s) les enfants nés en 1980 ont-ils fêté leur 12<sup>e</sup> anniversaire ?

Exercice 1.6 : A quelle(s) génération(s) appartient les mères qui ont accouché à l'âge 20 ans en 1990-1995 ?

Exercice 1.7 : A quelle(s) génération(s) appartient les gens recensés en 1999 à l'âge 10-14 ans.

*Solutions graphiques pour les exercices 1.4-1.7 :*



Corrigés pour chaque exercice sont sur les pages suivantes :

**Exercice 1.4 :** A quelle(s) génération(s) appartiennent ceux qui se sont mariés à 20-24 ans en 1996 ?

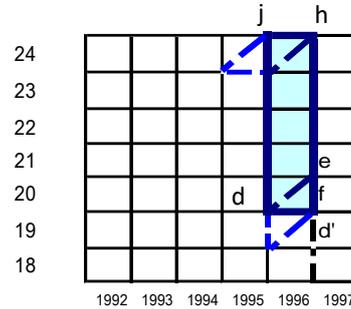
L'espace des événements démographiques produits en 1996 par la population 20-24 ans est délimité par le rectangle bleu. Pour résoudre le problème il suffira de trouver les années de naissances des âges aux limites de l'intervalle en début et à la fin d'une période étudiée, c'est-à-dire, entre le 1 janvier 1996, 0 heures et le minuit du 31 décembre 1996.

Solution 1 : A la fin de l'année 1996, la génération la plus jeune était celle qui a atteint l'âge 20 ans au cours de cette année (ligne d,d') et la génération la plus âgée était celle qui a atteint l'âge 25 ans (ligne j,h).

Donc :  $1996 - 20 = 1976$  et  $1996 - 25 = 1971$

La réponse : il s'agit des générations 1971-1976

Présentation graphique pour l'exercice 1



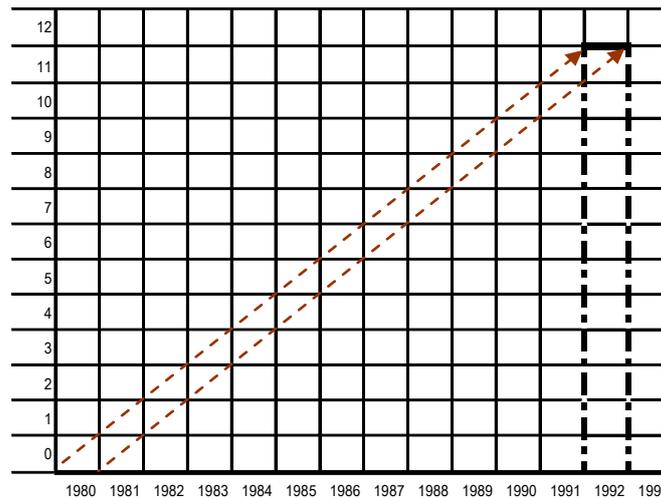
**Exercice 1.5 :** En quelle(s) année(s) les enfants nés en 1980 ont-ils fêté leur 12<sup>e</sup> anniversaire ?

(L'année de naissance est modifiée par rapport à l'exercice publié auparavant afin de simplifier la présentation graphique : réduire la surface)

Solution : Les enfants nés entre le 1 janvier 1980 et le 1 janvier 1981 (année de naissance 1980) ont fêté leur 12<sup>e</sup> anniversaire entre le 1 janvier 1992 et le 1 janvier 1993. Donc en 1992.

$1980 + 12 = 1992$

Présentation graphique pour l'exercice 5



**Exercice 1.6 :** A quelle(s) génération(s) appartiennent les mères qui ont accouché à l'âge 20 ans en 1990-1995?

Solution : Tout comme dans l'exercice 4, il faut d'abord délimiter l'espace d'évènement d'intérêt. Cet espace est représenté par le rectangle « abc'd »

1. En début de période (au 1 janvier 1990) celles qui avaient l'âge de 20 ans qui ont fêté leur 20<sup>e</sup> anniversaire durant l'année précédente (1989)

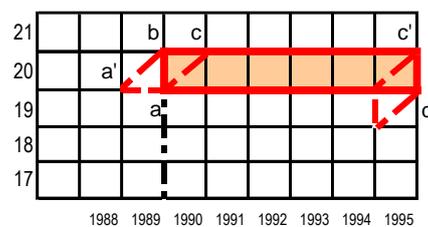
donc elles sont nées en **1969** = (1989-20)

2. A la fin de période (au 1 janvier 1996) celles qui avaient l'âge de 20 ans qui ont fêté leur 20<sup>e</sup> anniversaire durant l'année précédente (1995)

donc elles sont nées en **1975** = (1995-20)

La réponse : il s'agit des générations 1969-1975

Présentation graphique pour l'exercice 6



**Exercice 1.7 :** A quelle(s) génération(s) appartiennent les gens recensés en 1999 à l'âge 10-14 ans.  
(L'âge est modifié par rapport à l'exercice publié auparavant (10-15 ans au lieu 15-19) afin de simplifier la présentation graphique : réduire la surface)

**Note préliminaire :** En principe un recensement général de la population peut avoir lieu à n'importe quelle date comprise entre le 1 janvier et 31 décembre. Le recensement 1999 a eu lieu au mois de mars. Toutefois l'âge qui y est indiqué est l'âge atteint au cours de l'année du recensement, c'est-à-dire l'âge par génération. Autrement dit, l'âge est calculé en différence de millésime entre l'année du recensement et l'année de naissance. C'est également l'âge en années révolues au 31 décembre de l'année du recensement. (cf. INSEE [http://www.recensement-1999.insee.fr/FR/RUB\\_MOT/ACC\\_MOT.htm#age](http://www.recensement-1999.insee.fr/FR/RUB_MOT/ACC_MOT.htm#age) )

Solution :

Ceux qui avaient 15-19 ans au 31 décembre 1999 sont nés entre le 1 janvier 1984 et 1 janvier 1990, donc en 1985-1989.

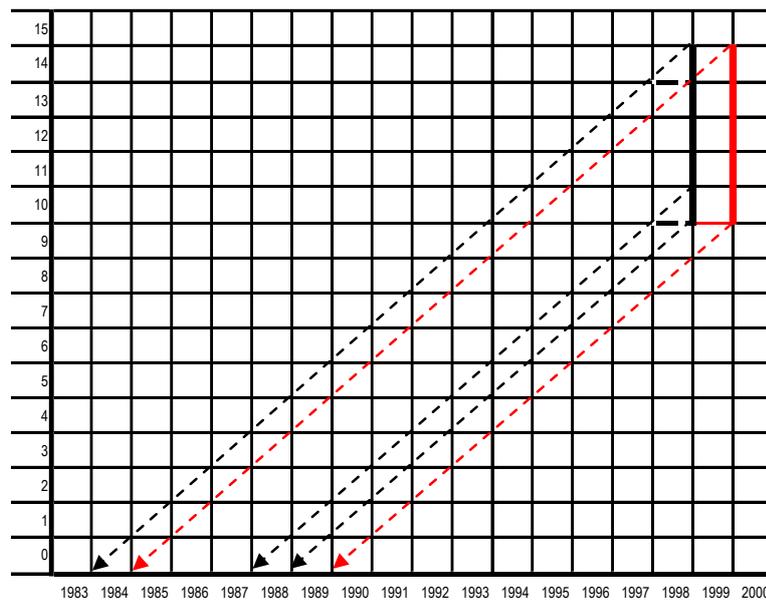
$1999-14=1985$  et  $1999-10=1989$

Cependant, il était possible de recenser au 1 janvier 1999 à l'âge 10-14 ans ceux qui sont nés entre le 1 janvier 1983 et 1 janvier 1989, donc en 1984-1989.

$1998-14=1984$  et  $1998-10=1988$

Éventuellement, les générations 1984-1989 pourraient être recensées en 1999 à l'âge 10-14 ans révolus.

Présentation graphique pour l'exercice 7



## Exercice 2 : « Diagramme de Lexis : calculs des taux par âge »

- Exercice 2.1 : Reproduisez les calculs des taux et le graphique du 2e chapitre du cours « Types des taux par âge »
- Exercice 2.2 : Calculez les taux de mortalité à 61-67 ans en 2000. A quelles générations appartiennent ces décès ?
- Exercice 2.3 : Calculez les taux de mortalité de la génération 1933-38 ans en an 2000. A quels âges se sont produits ces décès ?
- Exercice 2.4 : Calculez les taux de mortalité de la génération 1933 à l'âge 67 ans révolus. En quelle(s) période ces décès ont eu lieu ?
- Exercice 2.5 : Calculez les taux de divortialité à l'âge 20-24 ans révolus pour l'an 2000.

### Corrigé :

**Exercice 2.2 :** Calculez les taux de mortalité à 61-67 ans en 2000. A quelles générations appartiennent ces décès ?

a. Génération (1932-1939) :

La génération la plus ancienne est celle qui a eu son 68<sup>e</sup> anniversaire en 2000, mais elle a décédé avant cette éventualité →

$$2000 - 68 = 1932$$

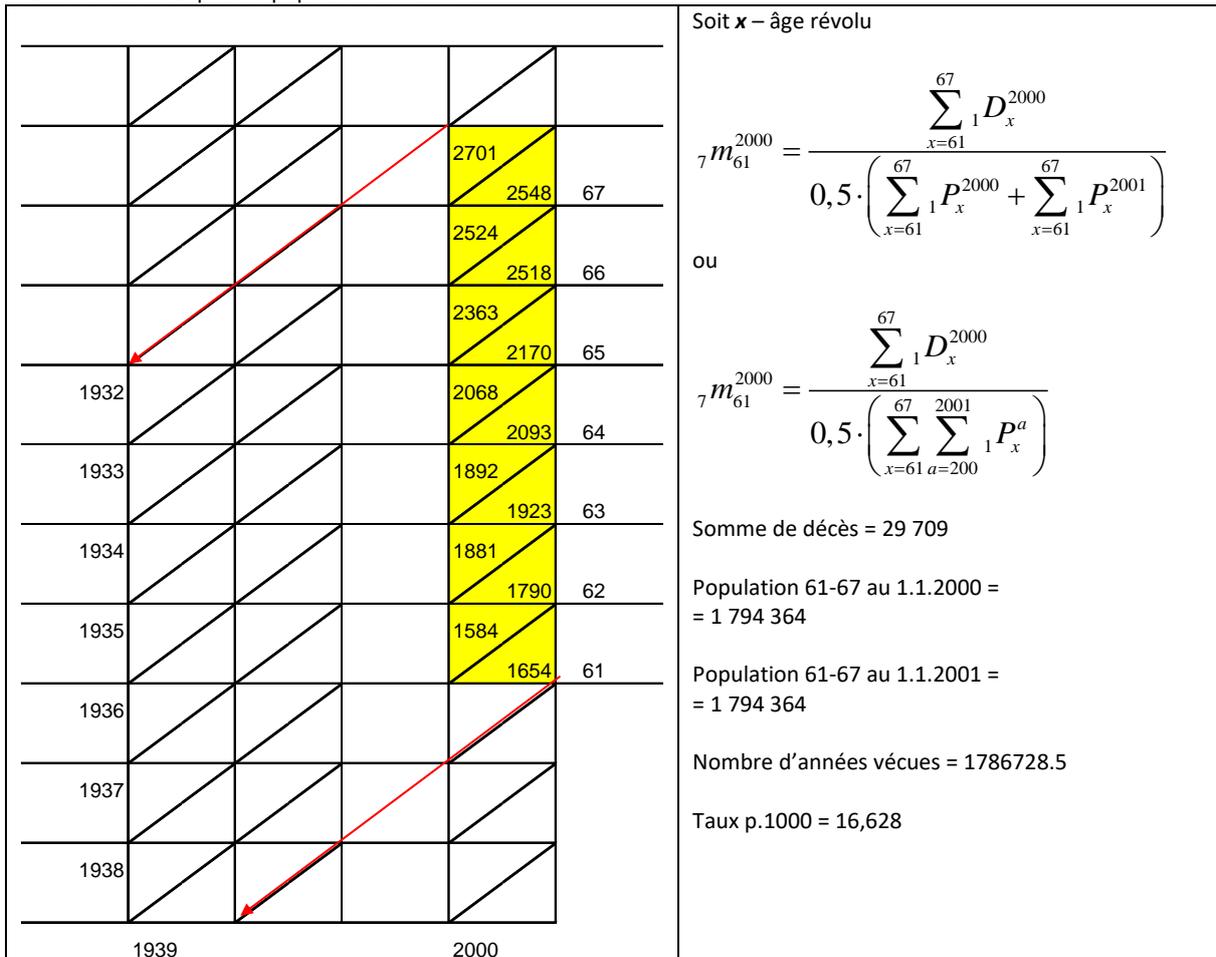
une autre variante : celle qui a fêté son 67<sup>e</sup> anniversaire en 1999 et a décédé avant le 68<sup>e</sup> anniversaire en 2000 →

$$1999 - 67 = 1932.$$

La génération la plus récente est celle qui a fêté son 61<sup>er</sup> anniversaire en 2000 →

$$2000 - 61 = 1939$$

b. Le calcul du taux pour la population masculine

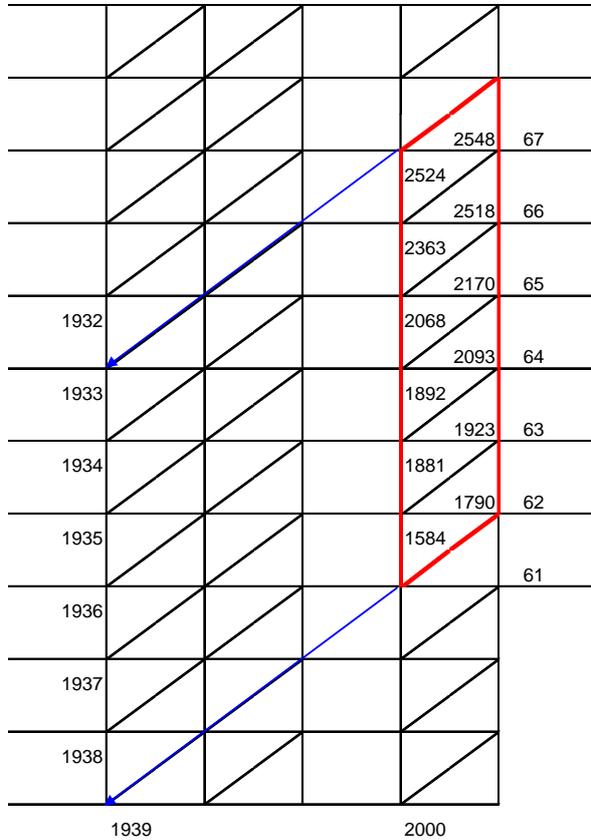


**Exercice 2.3** Calculez les taux de mortalité de la génération 1933-38 ans en an 2000. A quels âges se sont produits ces décès ?

Âges : (61-67)

En 2000, la plus ancienne génération (1933) a eu le 67<sup>e</sup> anniversaire (2000 – 1933 = 67) et pourrait mourir après cette événement.

La plus jeune génération (1938) peut mourir en 2000 à l'âge 61 ans, avant son 62<sup>e</sup> anniversaire (2000 – 1938 = 62)



Soit  $i$  – année de naissance (génération)

$${}_7m_{61}^{2000} = \frac{\sum_{i=1933}^{1938} {}_1D_x^{2000}}{0,5 \cdot \left( \sum_{x=61}^{66} {}_1P_x^{2000} + \sum_{x=62}^{67} {}_1P_x^{2001} \right)}$$

En début du 2000 la génération 1933-1938 a eu l'âge 61-66 :

1999 – 1933 = 66 et

1999 – 1938 = 61

A la fin de l'an 2000 elle a vieilli d'un an, donc elle a eu 62-67 ans

Somme de décès = 25 354

Population âgée 61-66 ans révolus au 1.1.2000 = 1 540 452

Population âgée 62-67 ans révolus au 1.1.2001 = 1 515 582

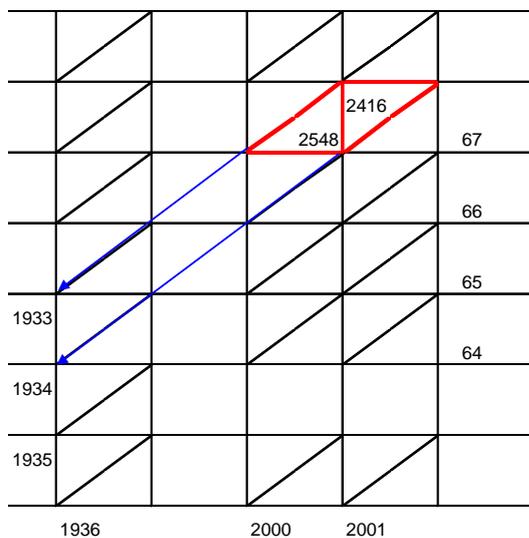
Nombre d'années vécues = 1 528 017

Taux p.1000 = 16,593

**Exercice 2.4.** Calculez les taux de mortalité de la génération 1933 à l'âge 67 ans révolus. En quelle(s) période ces décès ont eu lieu ?

Période : (2000-2001)

La génération 1933 a atteint l'âge de 67 ans en 2000 et celui de 68 ans en 2001. Donc les décès ont eu lieu en 2000 (après le 67<sup>e</sup> anniversaire) et en 2001 (avant le 68<sup>e</sup> anniversaire)



$${}^{1933}m_{67} = \frac{{}^{1933}D_{67}^{2000} + {}^{1933}D_{67}^{2001}}{P_{67}^{2001}}$$

$${}_1{}^{1933}m_{67} = \frac{{}_1D_{67}^{2000} + {}_1D_{67}^{2001}}{{}_1P_{67}^{2001}}$$

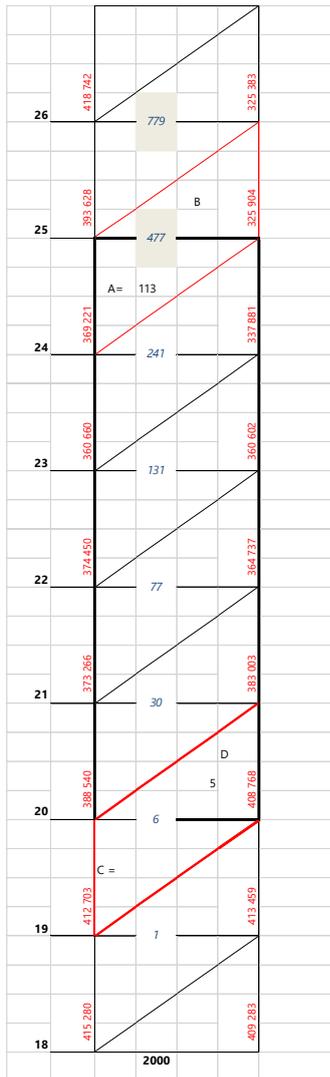
Somme de décès = 4 964

Population à l'âge 67 ans au 1 janvier 2001 = 243 382

Taux p.1000 = 20,396

**Exercice 2.5 :** Calculez les taux de divortialité à l'âge 20-24 ans révolus pour l'an 2000.

Divorces 2000 Hommes



Les divorces sont classés par âge atteint dans l'année. Il nous faut donc distribuer les divorces à l'âge moins de 20 ans et 25 ans entre les triangles élémentaires afin de trouver les divorces à l'âge 20 ans et 24 ans révolus. Utilisons le diagramme de Lexis-Pressat pour voir mieux la structure des données sur les repères âge-période-génération (voir à gauche).

Pour cela nous pouvons admettre une hypothèse que les événements se répartissent entre les triangles selon la loi de gravité proportionnellement aux valeurs voisines supérieures et inférieures respectivement.

Nous nous intéressons aux données comprises dans le rectangle limité par les bords d'âge exact 20 et 25 ans, Il nous faut donc attribuer certain nombre de divorce au triangle correspondant à la génération 1990-25 =1965, à l'âge 24 ans et l'année 1990. Nous avons 477 divorces à l'âge 25 ans atteint en 1990, il nous faut les diviser en divorces avant 25<sup>e</sup> anniversaires (qui nous intéressent) et les autres, ou bien distribuer 477 divorces entre les triangles A et B. Basant sur

l'hypothèse de la gravité supposons que  $\frac{B}{779} = \frac{A}{241}$  ; sachant que  $A + B = 477$

nous avons un système de deux équations avec deux paramètres inconnus. La solution nous donne  $A \approx 113$

On a à faire la même manipulation pour trouver le nombre de divorces dans le triangle inférieur de l'ensemble âge-période 20 ans x l'an 2000. Ici cependant vu la faible fréquence de divorce on pourrait supposer le ratio 5/1, voire 6/0, cela ne changera le résultat.

Maintenant les données reclassées nous permettent de calculer

1. les taux de « seconde » catégorie en rapportant le nombre de divorces à la totalité de nombre d'années vécues à l'âge 20-24 ans, sans distinguer la population sous le risque de divorce de celle qui produit réellement des divorces ;

2. les taux de « première » catégorie, en rapportant le nombre de divorces à la population réellement soumise au risque de divorce, c'est-à-dire, au nombre d'années vécues par la population mariée.

Ex. 2.5	Hommes	Femmes	RR F/H
Taux de 1 <sup>e</sup> catégorie p.1000	12.32	16.27	1.32
Taux 2 <sup>e</sup> catégorie p.1000	0.317	1.33	4.20

On voit que le risque de divorce (le taux de première catégorie) est suffisamment élevé dans ce groupe d'âge (12,6‰ des hommes et 16,27‰ des femmes mariés terminent leur vie en couple par divorce), quoique les taux de seconde catégorie soient très faibles, à cause d'une faible proportion des personnes mariées à cet âge (seulement 8% des femmes et 2,5% des hommes sont mariés).

On peut estimer le risque relatif (RR) de divorcer pour un des sexes par rapport à l'autre. Avec les taux de seconde catégorie RR pour les femmes par rapport aux hommes = 4.2, tandis que avec les taux de première catégorie RR = 1.32