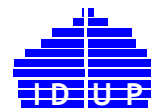




Université Paris 1 Panthéon Sorbonne,

Institut de démographie



Cours d'analyse démographique (Master de démographie) par Alexandre Avdeev

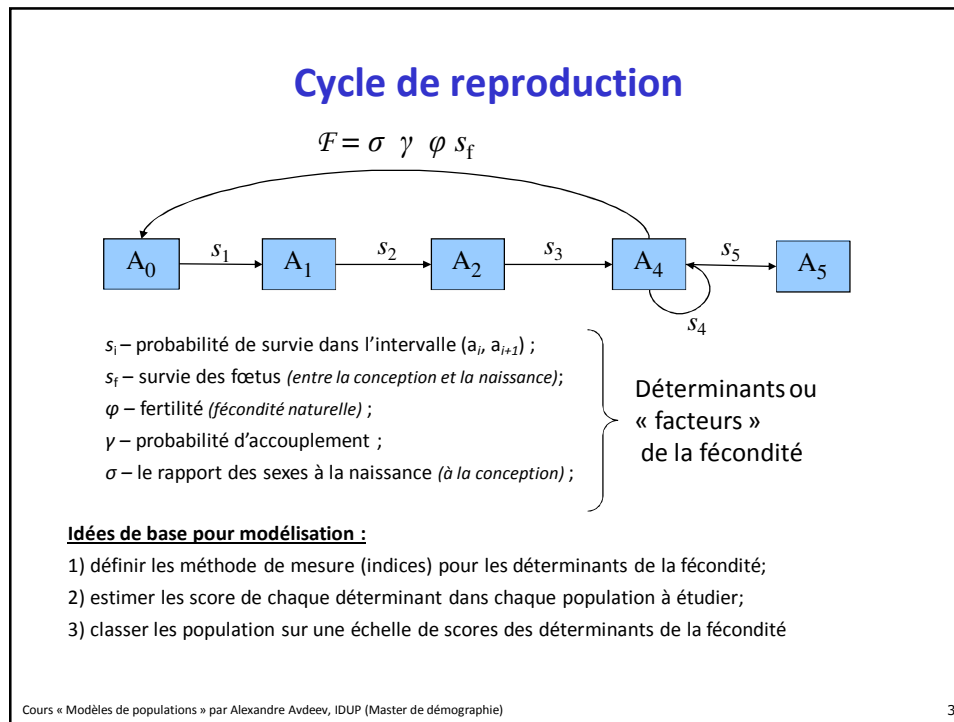
Chapitre 9

Fécondité et comportement procréateur: approche de modélisation

- I. Modèles basés sur la théorie du cycle de vie et de reproduction (« modèles de composants »)
- II. Modèles de distribution par âge de la nuptialité et de la fécondité

I. Modèles basés sur la théorie du cycle de vie et de reproduction (« modèles de composants »)

facteur de la fécondité; fécondité en mariage et fécondité « générale »; prise en considération de la variation du comportement en fonction de l'âge; limitation délibérée de naissances (planification familiale); « Indices de Coale » (ou indices de Princeton) et leur application aux recherches historiques; déterminants intermédiaires de la fécondité: approche agrégée et par âge



Première approche : indices de réduction de la fécondité

Premier approche : Grabill, W.H., C.V.Kiser, P.K. Welpton (1958) *The Fertility of American Women*. NY : Wiley

Une décomposition du nombre de naissances de la période t :

$$B(t) = W(t) \cdot \frac{M(t)}{W(t)} \cdot \frac{O(t)}{M(t)} \cdot \frac{B(t)}{O(t)} \quad (1)$$

$B(t)$ – nombre de naissances de l'année t ;
 $W(t)$ – nombre de femmes 15-49 de l'année t (nombre d'années vécues) ;
 $M(t)$ – nombre de femmes mariées 15-49 de l'année t (nombre d'années vécues en mariage) ;
 $O(t)$ – nombre de mères âgées (femmes ayant au moins un enfant) de 15 à 50 ans de l'année t ;

Le nombre de naissance est un produit de :

- d'un nombre de femmes âgées de 15 à 50 ans (l'effet de la structure par âge) ;
- d'une proportion de femmes mariées de 15-49 ans (l'effet de la nuptialité) ;
- d'une proportion de mères mariées de 15-49 ans (l'effet du calendrier de naissances) ;
- d'un nombre moyen de naissance par une mère (proportion, des mères qui ont eu une naissance durant l'année en question ajustée des naissances multiples → capte l'effet de la fécondation)

Une image de la fécondité des années 1950 : toutes les naissances sont les produits des mariages.

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 4

Prise en considération de la variation par âge des mariages et des naissances

Le modèle (1) se repose sur une hypothèse sous-jacent que la nuptialité et la fécondité par âge sont homogène et que il n'y a aucune interférence entre elle ce que n'est pas toujours vrai. En effet, les mariages pourraient être plus féconds dans les âges où ils sont rare, et moins fécondé dans les âges où les mariage son universels. Pour pallier l'inconvénient de cette hypothèse il faudrait introduire une notion d'âge dans le modèle

Soit:

- 1) **TFT** – taux de fécondité totale (indice synthétique de fécondité)
- 2) **TFTM** – taux de fécondité totale en mariage
- 3) ${}_nG_x$ – la proportion des femmes mariées dans à âge de x à $x+n$
- 4) la fécondité hors mariage = 0
- 5) ${}_n f_x^L$ – taux de fécondité « légale » (des femmes mariées)

$$\frac{TFT}{TFTM} = \frac{n \cdot \sum_{x=\alpha}^{\beta} {}_n f_x^L \cdot {}_n G_x}{n \cdot \sum_{x=\alpha}^{\beta} {}_n f_x^L} = \sum_{x=\alpha}^{\beta} \left(\frac{{}_n f_x^L}{{}_n f_x^L} \right) \cdot {}_n G_x \quad (2)$$

Alors dans le modèle (2) le rapport **TFT/TFTM** n'est qu'une **proportion moyenne des femmes mariées pondérée** par les taux de la fécondité en mariage/par les éléments de la calendrier

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

5

Prise en considération du comportement procréateur : Indice de Coale ou de Princeton

Coale, Ansley J. (1969) – «The decline of Fertility in Europe from the French Revolution to World War II» in S.B.Behrman, L.Corsa and R.Freedman, eds., *Fertility and Family Planning: A World View*. Ann Arbor: University of Michigan Press

Problème : trouver (mesure) le score de la réduction générale de la fécondité

Approche : décomposition avec une standardisation indirecte (comparer avec un standard)

Soit

- 1) B – le nombre (annuel) de naissance dans une population observée
- 2) W_i – la distribution par âge des femmes dans cette population
- 3) f_i – la distribution de la fécondité (taux par âge) dans cette population
- 4) H_i – une distribution de la fécondité supposée d'être maximale dans une population standard (Huttérite, femmes canadiennes de XVII siècle)

Alors, il est possible de mesurer le degré de la réduction de la natalité comme un rapport entre le nombre de naissances enregistrées et celui maximal possible →

$$I_f = \frac{B}{B_{\max}} \rightarrow I_f = \frac{B}{\sum_{i=1}^I H_i \cdot W_i} = \frac{\sum_{i=1}^I f_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^I H_i \cdot W_i} \quad \text{Indice de fécondité générale (plutôt de la natalité) standardisée par âge}$$

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

6

Indices de Coale (suite) :

Introduction de la limitation délibérée des naissances en mariage

Soit

- 1) B^L – le nombre (annuel) de naissance légitimes (en mariage) dans une population observée
- 2) W_i^L – la distribution par âge des femmes mariées dans cette population
- 3) f_i^L – la distribution de la fécondité dans cette population
- 4) H_i – une distribution de la fécondité supposée d'être maximale dans une population standard (Huttérite, femmes canadiennes de XVII^e siècle, etc.)
- 5) la fécondité hors mariage = 0 dans la population observée

Alors $\rightarrow \sum_{i=1}^I f_i \cdot W_i = B = B^L = \sum_{i=1}^I f_i^L \cdot W_i^L$ et on peut réécrire l'équation (2)

$$I_f = \frac{\sum_{i=1}^I f_i^L \cdot W_i^L}{\sum_{i=1}^I H_i \cdot W_i^L} \times \frac{\sum_{i=1}^I H_i \cdot W_i^L}{\sum_{i=1}^I H_i \cdot W_i} = I_g \cdot I_m$$

Indice de fécondité générale est donc décomposé comme un produit de **l'indice de fécondité légitime** (I_g) et **l'indice de proportion des mariées** (I_m)

Ajustement des naissances hors mariage 'naissances illégitimes'

On imagine l'indice de fécondité générale comme une moyenne de l'indice de fécondité légitime (I_g) et l'indice de fécondité illégitime (I_h) pondérés par l'indice de proportion des femmes mariées (I_m)

$$I_f = I_g \cdot I_m + I_h \cdot (1 - I_m)$$

où l'indice de fécondité illégitime est un rapport entre les nombres observé et espéré des naissances hors mariage :

$$I_h = \frac{B - B^L}{\sum_i H_i \cdot (W_i - W_i^L)}$$

Indices de Coale (récapitulatif)

$$I_f = I_g \cdot I_m + I_h \cdot (1 - I_m)$$

indice de la
fécondité
générale

$$I_f = \frac{\text{Nombre total des naissances}}{\text{Nombre espéré des naissances}}$$

indice de la
nuptialité

$$I_m = \frac{\text{Nombre espéré des naissances "légitimes"}}{\text{Nombre espéré des naissances}}$$

indice de la
fécondité
légitime

$$I_g = \frac{\text{Nombre des naissances "légitimes"}}{\text{Nombre espéré des naissances "légitimes"}}$$

indice de la
fécondité
illégitime

$$I_h = \frac{\text{Nombre des naissances "illégitimes"}}{\text{Nombre espéré des naissances chez les femmes - célibataires}}$$

« Nombre espéré » est celui qui pourrait être observé en absence de toute limitation volontaire de naissances

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

9

Exemple : Hubert Charbonneau (1970) *Tourouvre-au-Perche aux XVIIe et XVIIIe siècles*, Paris, PUF

i	Age	W_i^L	W_i	H_i	$(H_i) \times (W_i^L)$	$(H_i) \times (W_i)$
1	15-19	1	73	0.300	0.3	21.9
2	20-24	19	87	0.550	10.5	47.9
3	25-29	33	49	0.502	16.6	24.6
4	30-34	58	66	0.447	25.9	29.5
5	35-39	48	56	0.406	19.5	22.7
6	40-44	42	56	0.222	9.3	12.4
7	45-49	37	51	0.061	2.3	3.1
				Somme	84.3	162.1

Nombre de naissance en 1801 ($B = 59$)

$$I_f = \frac{59}{162,1} = 0,364;$$

On voit que $I_f = I_g \times I_m = 0,7 \times 0,52 = 0,364$

$$I_g = \frac{59}{84,3} = 0,700;$$

$$I_m = \frac{84,3}{162,1} = 0,520$$

Exercice : 1) calculez le taux de fécondité totale dans la population standard ;

2) commentez le comportement procréateur dans ce village en 1801

Le nombre de naissances observé est réduit de 64% par rapport à celui qu'on pourrait espérer observer en absence de toute limitation des naissances, qu'elle soit par mariage ou par utilisation des moyens de prévention des naissances. On voit que le poids de réduction de la nuptialité est plus important que celui de limitation de taille de famille (plus le score de indice est proche à 1, moins son influence est importante. Ici le poids de la nuptialité est 65% et le poids de la limitation volontaire de naissance est 35%

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

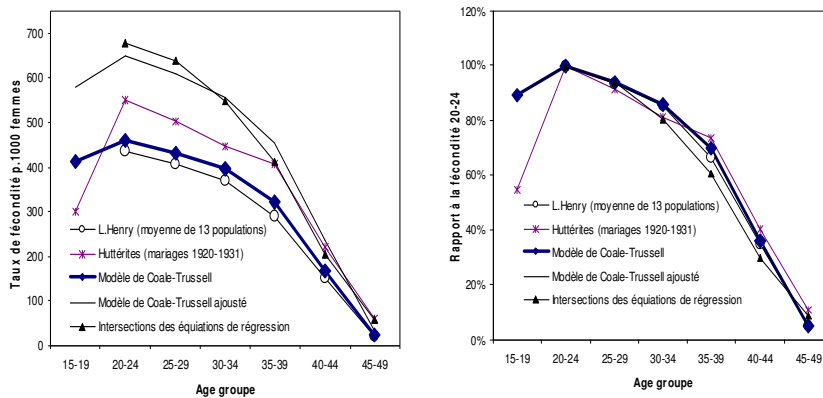
10

Fécondité « naturelle » ou la loi de la fécondité : problèmes d'estimation à partir des observations et données historiques

Louis Henry (1953) "Fondements théoriques des mesures de la fécondité naturelle", *Revue de l'Institut International de la Statistique*, 1953, vol.21, n°3, p.135-252

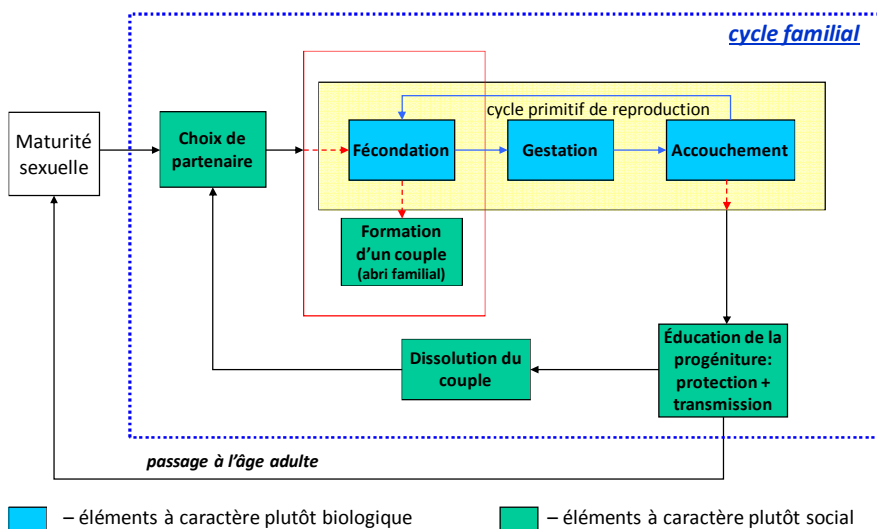
Les variantes de schéma de la fécondité naturelle :

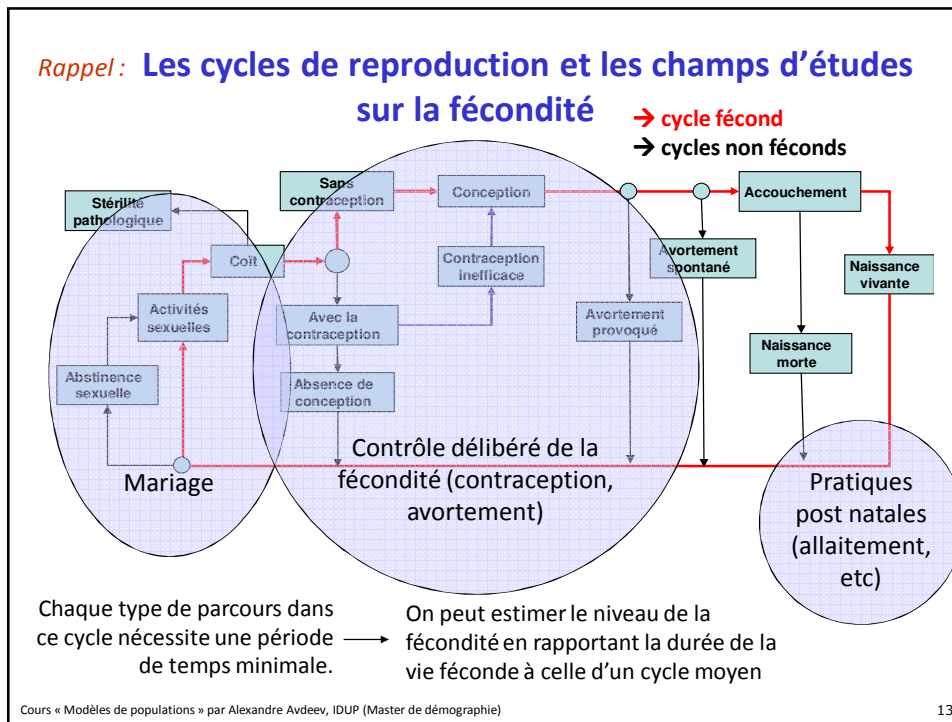
le niveau – à gauche et la structure relative – à droite



Sources : Henry, Louis. 1961. "Some data on natural fertility." *Eugenics Quarterly*, 1961, N°8 p.81-91; Coale A.J. and T. James Trussell – "Model fertility schedules: variations in the age of childbearing in human population" – *Population Index*, vol.40, no.2 (April 1974), p.185-258; Bongaarts John and Sharon Kirmeyer – *Estimating the Impact of Contraceptive Prevalence on Fertility: Aggregated and Age-specific Versions of a Model* Population Council, Center for Policy Studies, Working Paper No.63, December 1980.

Modèle basé sur la structure du cycle de vie : processus démographiques comme transitions entre les états





Composants bio-sociaux de la fécondité humaine

Fréquence des naissances est une fonction inverse de l'intervalle entre les naissances

L'intervalle entre les naissances est composé de :

5-10 mois : une **période d'attente de la fécondation** (la durée moyenne d'une période entre l'ovulation normal et conception) ;

~9 mois : la **durée moyenne de grossesse** ;

3-24 mois : une **période inféconde après l'accouchement** (période anovulatoire) liée à la durée et l'intensité d'allaitement ;

1-2 mois : les **pertes moyennes à cause des avortements spontanés**, fausses couches et mortalité fœtale (en moyenne une conception sur cinq n'arrive pas à bon terme).

L'intervalle minimal = 5 + 9 + 3 + 1 = 18 mois (1,5 d'année)

L'intervalle maximal = 10 + 9 + 24 + 2 = 45 mois (3,75 d'année)

Sans parler des possibilités du contrôle délibéré de la fécondité (recours à la contraception et à l'avortement provoqué)

La durée de la période de l'âge fécondé effectivement utilisée pour la procréation :

Age moyen de premier mariage (de 15 à 25 ans)

Age de ménopause (50 ans, de fait, la procréation s'arrête à 38-41 ans)

La durée minimale = 40 - 25 = 15 ans → 15 ans/3,75 ans (intervalle max. entre les naissances) = **4 enfants**

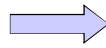
La durée maximale = 40 - 15 = 25 ans → 25 ans/1,5 ans (intervalle min. entre les naissances) = **16,6 enfants**

Cadre théorique initiale de la décomposition

Kingsley Davis and Judith Blake (1956) – « Social Structure and Fertility: An Analytic Framework »
Economic Development and Cultural Change, Vol. 4, no 3, (Apr., 1956), p.211-235

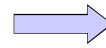
Déterminant indirects

Variables
socioéconomique,
culturelles et
environnementales



Déterminant directs

Variables
intermédiaires de
la fécondité



Fécondité



- I. Facteurs affectant l'exposition aux rapports sexuels (« Intercours variables / variables de rapports »)
- II. Facteurs affectant l'exposition à la conception (« Variables de conception »)
- III. Facteurs affectant la gestation et le succès de la accouchement (« Variables de gestation »)

I. Facteurs affectant l'exposition aux rapports sexuels (intercours variables) :

- A. Facteurs déterminant la formation et la dissolution des union durant aux âges reproductifs :
 - 1) Age de début des unions sexuelles
 - 2) Célibat définitif (proportion des femmes n'ayant jamais aucun rapport sexuel)
 - 3) Partie de la période reproductive dépensée entre les unions et après les unions
 - a. Quand les unions se terminent par le divorce, la séparation ou la désertassions
 - b. Quand les unions se terminent par le décès d'un des conjoints
- B. Facteurs de l'exposition aux rapports sexuels au sein des unions :
 - 4) Abstinence volontaire
 - 5) Abstinence involontaire : impuissance, maladies, séparations inévitables mais temporaires
 - 6) Fréquence des rapports sexuels (en dehors des périodes d'abstinence)

II. Facteurs affectant l'exposition à la conception (variables de conception) :

- 7) Fertilité et l'infécondité involontaire (dépend de l'état de santé)
- 8) Recours ou non recours aux méthodes de contraception :
 - a. Méthodes mécaniques et chimiques
 - b. Autres méthodes (p.ex. « méthodes naturelles », retrait, toute sorte de simulation sans pénétration etc.)
- 9) Fertilité et infécondité volontaire (stérilisation, subincision, traitement médical etc.)

III. Facteurs affectant la gestation et le succès de la parturition (variables de gestation) :

- 10) Mortalité fœtale spontanée (involontaire)
- 11) Mortalité fœtale provoquée (volontaire)

Variables intermédiaires

(une modification instrumentalisée de John Bongaarts) :

Bongaarts, John (1978) "A Framework for Analyzing the Proximate Determinants of Fertility"
Population and Development Review, Vol.4, no 1, (March 1978), p.105-138

Onze variables interprétables initiales sont réduites à huit variable « mesurables » :

- I. Facteurs d'exposition :
 1. Proportion de femmes mariées (mariage = toute union sexuelle)
- II. Contrôle délibéré de la fécondité :
 2. Contraception
 3. Avortements provoqués
- III. Facteurs de la fécondité naturelle :
 4. Infécondité post-partum (récupération et allaitement)
 5. Fréquence des rapports sexuels
 6. Stérilité (infécondité)
 7. Mortalité intra-utérine spontanée
 8. Durée de la période fertile

Cette approche a cependant été déjà conçue et développée par L.Henry et H.Leridon. Voir notamment
Leridon, Henri (1973) *Aspects biométriques de la fécondité humaine*. - (INED série "Travaux et documents" ; Cahier n° 65), Paris : PUF., XII-184 p.

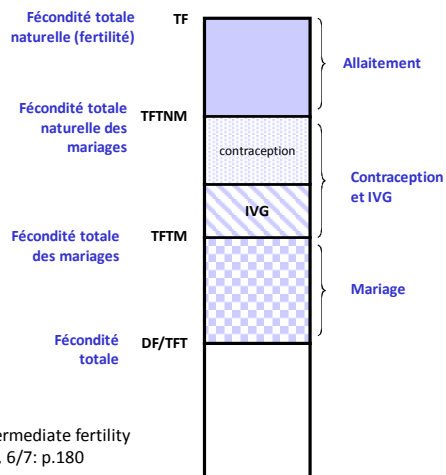
Facteurs comportementaux inhibiteurs de la fécondité humaine

TABLE 1 Rating of intermediate fertility variables with respect to sensitivity of fertility and variability among populations

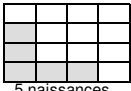
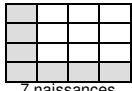
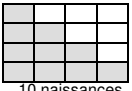
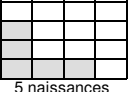
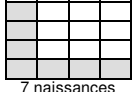
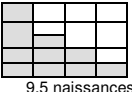
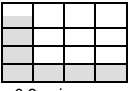
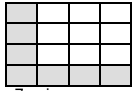
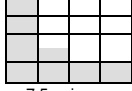
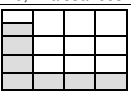
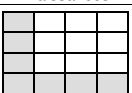
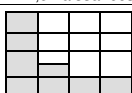
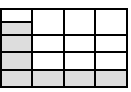
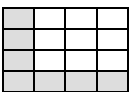
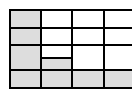
Intermediate fertility variables	Sensitivity of fertility to intermediate variables	Variability among populations	Overall rating
Proportions married	+++	+++	+++
Contraceptive use	+++	+++	+++
Prevalence of induced abortion	++	+++	+++
Postpartum infecundability	++	+++	+++
Fecundability	++	++	++
Spontaneous intrauterine mortality	+	+	+
Permanent sterility	++	+	+

+++ = High ++ = Medium + = Low or absent

J. Bongaarts (1982), The fertility inhibiting effects of the intermediate fertility variables // *Studies in Family Planning*, 13, 6/7: p.180



Effet de la variation des composants de l'intervalle entre les naissances sur la descendance finale par rapport à un standard

Minimum	Standard	Maximum	Composant
 5 naissances	 7 naissances	 10 naissances	Age au mariage (début des rapports sexuels) variation = 5 naissances
 5 naissances	 7 naissances	 9,5 naissances	Période anovulatoire (allaitement) variation = 4,5 naissance
 6,2 naissances	 7 naissances	 7,5 naissances	Période d'attente variation = 1,3 naissance
 6,2 naissances	 7 naissances	 7,5 naissances	Age à la dernière naissance variation = 1,3 naissance
 6,5 naissances	 7 naissances	 7,2 naissances	Mortalité intra-utérine variation = 0,7 naissance

Bongaarts J. and J. Menken – "The supply of children: A Critical Essay". In: *Determinants of Fertility in Developing Countries*, ed. R. A. Bulatao and R. B. Lee. Academic Press, NY, 1983, Vol.1, p. 27-30.

Modèles de comportement procréateur et les niveaux de fécondité

#	Naissance par femme	Espace utilisée	Caractéristiques bio-sociales	Population	Populations historiques
1	16	100%	Maximum biologique	Théorique	Aucune (cas individuels)
2	11,4	71%	Mariages précoces, intervalles minimales	Certains groupes isolés	Français canadiens nés avant 1660
3	9	56%	Mariages tardifs, intervalles minimales	Certains groupes isolés	Huttérites canadiens, 1926-30 (8,5)
4	7,5	47%	Mariages précoces, intervalles longs	Beaucoup de population des pays en voie de développement	Égypte, 1960-65 (7,1)
5	7	44%	Standard (Moyenne)	---	---
6	5	31%	Mariages tardifs, intervalles longs	Beaucoup de populations européennes en XVIII-XIX ^e s.	Angleterre 1751-1800 (5,1)
7	3	19%	Contrôle délibéré des naissances (diffusion moyenne)	Populations européennes de la première moitié du 20 ^e siècle	Italie, 1937 (3,0)
8	1	6%	Contrôle délibéré des naissances (diffusion totale)	Quelques populations européennes contemporaines	Ligurie (Italie), 1990 (1,0)

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

21

Déterminants intermédiaires de la fécondité :

Bongaarts, John (1978) "A Framework for Analyzing the Proximate Determinants of Fertility"
Population and Development Review, Vol.4, no 1, (March 1978), p.105-138

$$TFT = \frac{TFT}{FTM} \cdot \frac{FTM}{FTN} \cdot \frac{FTN}{\max FTN} \cdot \max FTN \rightarrow$$

$$\rightarrow TFT = Cm \cdot (Cc \cdot Ca) \cdot Ci \cdot 15,3$$

TFT – taux de fécondité totale (indice synthétique de fécondité, ou la descendance finale) ;

FTM – taux de fécondité totale en mariage¹⁾ ;

FTN – taux de fécondité totale naturel (en mariage) ;

maxFTN – fécondité maximale potentielle (il est supposé qu'elle est égale à 15,3 enfants par femme).

¹⁾ mariage : = toute union sexuelle

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

22

Modèle de Bongaarts

$$TFT = C_m \cdot C_c \cdot C_a \cdot C_i \cdot TNF$$

C_m – un indice de proportion de femmes mariées (indice d'exposition au risque de concevoir) ;

C_c – un indice mesurant l'impact d'utilisation délibérée de la contraception ;

C_a – un indice de l'avortement provoqués ;

C_i – un indice d'effet anticonceptionnel de l'allaitement ;

TFN – le taux de fécondité totale naturelle maximal ($\approx 15,3$)

Chaque indice peut varier du 0 (blocage total) à 1 (facteur absent)

C_m = Proportion des mariées

L'effet inhibiteur de mariage se manifeste numériquement comme une proportion moyenne de femmes mariées pondérée par les taux de fécondité en mariage par âge.

$$C_m = \frac{TFT}{TFM} = \frac{\sum m(a) \cdot g(a)}{\sum g(a)}$$

$m(a)$ – proportion des mariées à l'âge a

$g(a)$ – fécondité des mariées à l'âge a

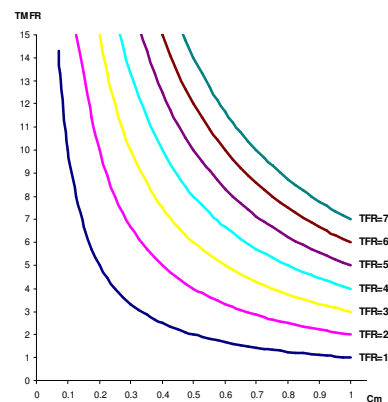
Cette *approche analytique* a été développée dans projet de Princeton (indice de Coale)

$$TFT = C_m \times TFM$$

Problèmes d'estimation :

- 1) Problème des conceptions pré-nuptiales et extra-nuptiales.
- 2) Données incertaines sur l'implication des personnes dans un union sexuelle ;
- 3) Statistique d'état civil n'est pas suffisante (multiplicité de forme des unions) ;

Rapport entre la fécondité générale (isoquants), la fécondité des unions (Y) et C_m (X)



C_c = indice de la contraception (non utilisation de la contraception)

L'approche empirique : régression non linéaire à partir des données des enquêtes sur la fécondité.

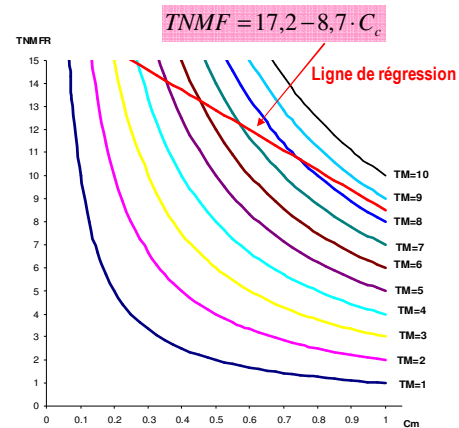
$$C_c = 1 - 1,08 \cdot u \cdot e$$

u – une proportion des femmes utilisatrices de la contraception ;
 e – l'efficacité moyenne des méthodes de contraception utilisées;
 $1,08 \cong 1/f$, où f est la proportion moyenne des femmes fécondes.

La définition de l'efficacité de contraception est un problème particulier. En générale elle est mesurée soit comme le taux d'échec (indice de Pearl, 1933), soit à partir de table d'extinction (échec de protection)...

$$TFT = C_m \times C_c \times TNFM$$

Rapport entre la fécondité en union (isoquants), la fécondité naturelle des unions (Y) et C_c (X)



Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

25

C_a = indice d'avortement

$$C_a = \frac{TFT}{TFT + A}$$

A – nombre de grossesses par femme interrompues par avortement ;
 TFT – taux de fécondité totale

$$C_a = \frac{TFT}{TFT + 0,4 \cdot (1 + u) \cdot TA}$$

TA – taux total des avortements (indice synthétique des avortements=somme des taux des avortement par âge);

u – proportion des femmes utilisatrices des moyens contraceptifs (prévalence de la contraception)

Si $u = 0$ (en absence des pratiques contraceptives), un avortement prévient 0,4 naissance.

$$0,4 \cdot (1 + u) < 1$$

Ce multiplicateur exprimant « efficacité » d'un avortement est toujours inférieur à 1, puisque la durée d'une grossesse terminée par un avortement est toujours plus courte que celle aboutissant à une naissance

$$TFT = C_m \times C_c \times C_a \times TNFM$$

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

26

C_i = indice d'infécondité post-partum

Sans allaitement l'intervalle minimal entre les naissances = **1,5+7,5+2+9=20 mois**

1,5 mois – la durée moyenne de l'infécondité après accouchement (sans allaitement)
 7,5 mois – la durée moyenne d'attente d'une conception
 2 mois – les pertes moyennes de temps à cause des avortements spontanés etc.
 9 mois – la durée moyenne d'une grossesse efficace

Il n'y a qu'une partie variable en fonction de l'allaitement →

$$C_i = \frac{20}{18,5 + i} \quad i - \text{la durée de l'infécondité post-partum (après un accouchement) en mois}$$

Problème d'estimation de « i »

$i = 1,5 + 0.56 \cdot L$ → Solution proposée par Carlo Cosini en 1977 lors d'un séminaire de l'IUSSP à l'INED

$i = 1.753 \cdot e^{0.1396L - 0.001872L^2}$ → Une solution proposée par J. Bongaarts en 1982

$$TFT = C_m \times C_c \times C_a \times C_l \times TF \quad \rightarrow \text{Modèle final}$$

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 27

Changement de structure de facteurs de la fécondité au cours de la transition démographique (ou la transition de fécondité)

J. Bongaarts (1982), The fertility inhibiting effects of the intermediate fertility variables // *Studies in Family Planning*, 13, 6/7: p.185

Phase 1 : TFT > 6,0

Phase 2 : TFT 4,5 – 6,0

Phase 3 : TFT 3,0 – 4,5

Phase 4 : TFT < 3,0

+ une nouvelle phase de la fécondité extrêmement faible (lowest low fertility)

TFT < 1,9

	TF = 15					TF
		Allaitement	Allaitement	Allaitement	Allaitement	TFTNM
	TFTNM = 10	Contraception	Contraception	Contraception	Contraception	
	TFTM	Mariage	Mariage	IVG	IVG	
	DF/TFT = 5	Mariage	Mariage	Mariage	Mariage	TFTM
						DF/TFT
		Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4	

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 28

Approche de la régression de l'utilisation de contraception sur les indicateurs de la fécondité

Bongaarts, John and Sharon Kirmeyer (1980) *Estimating of the impact of contraceptive prevalence on fertility: aggregated and age-specific version of a model*. The Population Council, Center for Policy Study Working Papers, No. 63 (December, 1980)

TABLE 1. Estimates of selected fertility measures, the prevalence and use effectiveness of contraception and the index of postpartum infecundability for 22 developing countries.

Country	Year	Total Fertility Rate	Total Marital Fertility Rate	Total Marital Fertility Rate in Absence of Lactation	Prevalence of Contraceptive Use	Use-Effectiveness of Contraception**	Index of Postpartum Infecundability***
Bangladesh	1975	6.34	7.43	13.78	.08	.82	0.539
Colombia	1976	4.57	7.91	9.41	.39	.84	0.841
Costa Rica	1976	3.69	6.46	7.06	.64	.86	0.905
Dominican Republic	1975	5.85	9.74	11.33	.32	.89	0.860
Guatemala*	1972	7.05	9.74	15.92	.03	.87	0.612
Hong Kong	1978	2.26	4.56	4.90	.72	.86	0.930
Indonesia	1976	4.69	6.64	11.51	.26	.87	0.577
Jamaica	1976	4.32	7.99	9.09	.40	.84	0.879
Jordan	1976	7.41	9.95	12.44	.24	.84	0.800
Kenya	1976	8.02	10.44	15.51	.03	.75	0.673
Lebanon*	1976	4.77	8.28	10.61	.35	.83	0.780
Malaysia	1974	4.76	7.84	15.78	.33	.85	0.897
Mexico	1976	5.73	9.40	11.18	.29	.86	0.841
Nepal	1976	6.37	7.48	13.60	.02	.94	0.550
Pakistan	1975	7.02	8.94	13.93	.05	.83	0.642
Panama	1976	4.57	7.14	8.12	.54	.90	0.879
Peru	1977	5.11	8.92	11.75	.31	.78	0.759
Philippines	1976	5.01	8.17	10.76	.35	.78	0.759
Sri Lanka	1975	3.53	6.88	11.32	.32	.84	0.608
Syria	1973	7.00	9.59	13.14	.22	.87	0.730
Thailand	1975	4.70	7.48	11.33	.33	.91	0.660
Turkey	1968	5.60	7.37	10.09	.35	.80	0.730

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

29

Relation entre la fécondité et le recours à la contraception :

I. Modèle de régression agrégé

Taux brut de natalité (TBN)

$$\text{TBN} = 46,9 - 42,0 \times U \quad R^2=0,91$$

Taux de fécondité totale (TFR)

$$\begin{aligned} \text{TFT} &= 7,3 - 6,42 \times U = & R^2=0,72 \\ &= 7,3 \times (1 - 0,879 \times U) \end{aligned}$$

Taux de fécondité totale en mariage (TFRM)

$$\begin{aligned} \text{TFTM} &= 9,54 - 4,81 \times U & R^2=0,40 \\ &= 9,54 \times (1 - 0,504 \times U) \end{aligned}$$

Taux de fécondité totale en mariage sans allaitement (TFRMA)

$$\begin{aligned} \text{TFTMA} &= 15,25 - 13,71 \times U & R^2=0,92 \\ &= 15,25 \times (1 - 0,899 \times U) \end{aligned}$$

On peut constater une très forte corrélation entre le recours à la contraception (U) et le niveau de natalité (TBN)

L'**intersection** (7,3) représente le niveau attendu de la fécondité naturel en absence de la contraception

La **pen­te de la droite** (6,34) caractérise la diminution du niveau associée avec l'augmentation de l'utilisation de la contraception

La **pen­te relative** (0,879) montre la diminution proportionnelle (une unité de U ne donne que 0,879 d'unité de diminution du niveau

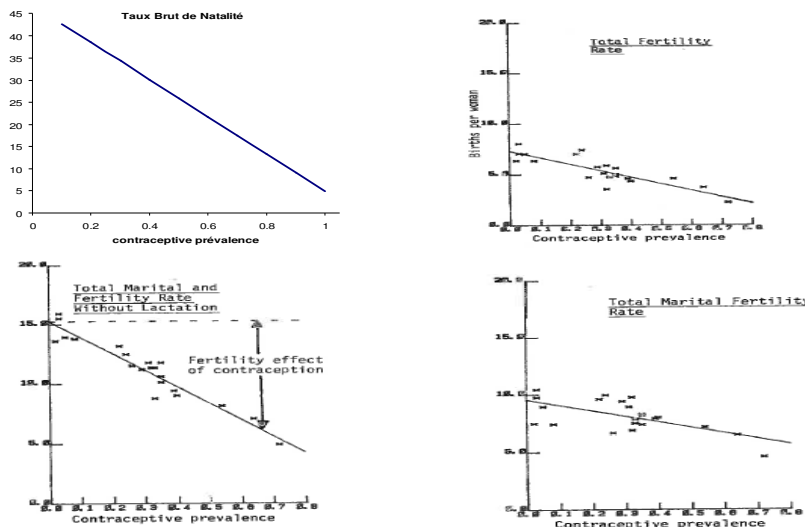
On a vu que $Cc = 1 - 1,08 \cdot u \cdot e$
mais de fait $Cc = 1 - u \cdot e \cdot \frac{1}{f}$ où « f » – proportion de femmes fécondes
 $\Rightarrow 1 - 0,899 \cdot u = 1 - u \cdot e \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{e}{f} \approx 0,899$

Donc sachant f ($\approx 0,925$) il est possible d'estimer e (et inversement)

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

30

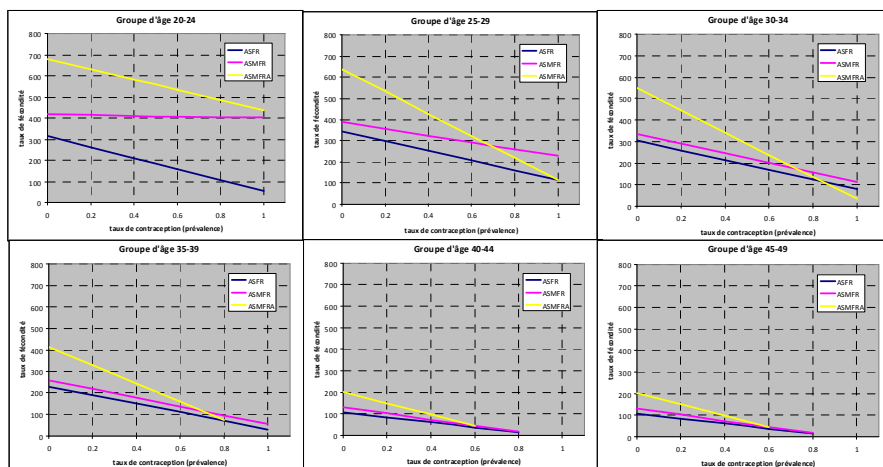
Régression des indicateurs de la fécondité sur le prévalence de la contraception



Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

31

Relation entre la fécondité et le recours à la contraception : II. Modèles de régression par âge



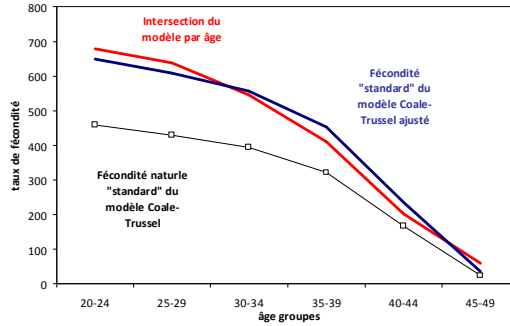
Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

32

Résultats de régression pour le modèle par groupes d'âge

	Groupes d'âge	Intersection	Pente	Pente relative	R ²
ASFR	Taux de fécondité par âge				
	20-24	315	-260	-0.825	0.52
	25-29	343	-227	-0.662	0.03
	30-34	304	-227	-0.747	0.69
	35-39	229	-198	-0.865	0.51
	40-44	107	-117	-1.093	0.55
45-49	30	-49	-1.633	0.22	
ASMFR	Taux de fécondité des mariages par âge				
	20-24	419	-17	-0.041	0
	25-29	389	-162	-0.416	0.39
	30-34	337	-224	-0.665	0.64
	35-39	260	-205	-0.788	0.52
	40-44	130	-143	-1.100	0.56
45-49	39	-64	-1.641	0.22	
ASMFR	Taux de fécondité des mariages par âge ajustés				
	justés 20-24	679	-241	-0.355	0.6
	25-29	638	-525	-0.823	0.91
	30-34	547	-514	-0.940	0.9
	35-39	412	-421	-1.022	0.83
	40-44	204	-267	-1.309	0.71
45-49	59	-112	-1.898	0.32	

Comparaison des intersections des régressions et des niveaux de la fécondité naturelle standard du modèle de la fécondité de Coale-Trussel



$$TFAMa(20-24) = 679 - 421 \cdot u = 679(1 - 0,620 \cdot u)$$

Sachant que le multiplicateurs de l'utilisation de contraception

$$C_c = 1 - e \cdot u / f$$

On peut déduire l'efficacité moyenne de la contraception par âge, si le score de f est connue $\rightarrow e(20-24) / f(20-24) = 0,620$

Application du modèle : estimation indirecte

$$1 - u \cdot e \cdot \frac{1}{f}$$

En comparant les propos théoriques du modèle avec l'expression en parenthèses dans l'équation de régression montre que la pente relative de la régression correspond à un rapport « e/f »

$$e(20-24) / f(20-24) = 0.620$$

$$e(24-25) / f(24-25) = 0.823$$

$$e(30-34) / f(30-34) = 0.940$$

$$e(35-39) / f(35-39) = 1.022$$

$$e(40-44) / f(40-44) = 1.309$$

$$e(45-49) / f(45-49) = 1.898$$

Estimation de l'efficacité moyenne de l'utilisation de la contraception à partir des données sur les proportion de femmes fécondes par âge et des pentes relatives des régressions

Groupe d'âge	Proportion de femmes fécondes	Pente relative de la régression	Efficacité estimée de l'utilisation de la contraception
	A	B	A x B
20-24	0.98	0.620	0.61
25-29	0.97	0.823	0.80
30-34	0.96	0.940	0.90
35-39	0.89	1.022	0.91
40-44	0.75	1.309	0.98
45-49	0.48	1.898	0.91

Application du modèle : prévisions et projections

A partir de l'hypothèse que le niveau de fécondité des mariages ajustée à l'infécondité de la période puerpérale ne dépend que de l'utilisation de la contraception, on peut

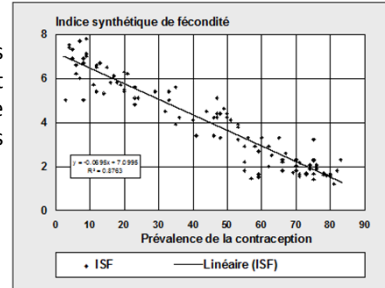
considérer que :
$$\frac{TFTMA(2)}{TFTMA(1)} = \frac{1-0,899 \cdot u(2)}{1-0,899 \cdot u(1)}$$

En supposant que tous les autres déterminants proches de la fécondité restent inchangés, on peut estimer la variation du niveau de la fécondité totale entre la période (1) et la période (2) en fonction des changements dans la pratique contraceptive puisque :

$$\frac{TFT(2)}{TFT(1)} = \frac{TFTMA(2) \cdot Cm \cdot Ca \cdot Ci}{TFTMA(1) \cdot Cm \cdot Ca \cdot Ci} = \frac{1-0,899 \cdot u(2)}{1-0,899 \cdot u(1)}$$

Il est possible d'établir ainsi les objectifs des programmes de planification familiale visant la diminutions de la fécondité (son ajustement à la fécondité désirée)

Indice synthétique de fécondité
selon la prévalence contraceptive
des femmes en union, 1990



Source : Spectrum (Manuel Femplan)

Développement d'application du modèle : estimation d'efficacité des dépenses

Deux types des méthodes de contraception :

1. Méthodes « traditionnelles » (retrait, abstinence périodique)
 - Peu efficaces
 - Pas chères (que des frais de formation des couple)
2. Méthodes « modernes », ou instrumentales (préservatifs, pilules hormonale, implantés, stérilets, barrières chimiques etc.)
 - Très efficaces (mais l'efficacité est très variables d'une méthode à l'autre)
 - Très chères : sont nécessaires la production industrielle, le système de la distribution, le personnel médical de haute qualification etc.

Problème : quelle(s) méthodes choisir pour la promotion dans le cadre d'un programme pour atteindre les objectifs et optimiser les dépenses ?

Pour + des détails : voir (lire le manuel et essayer lancer l'application avec des exemples)
le module « FemPlan » du système « **Spectrum** »

Exemple d'estimation des efforts pour un PPF

Méthode	Efficacité	Unités par CAP	Age moyen des utilisateurs	Coût par utilisateur/acceptant
Préservatif	81%	120	–	20\$/util/an
Stérilisation f.	100%	–	35,4	100\$/accep
Injectables	100%	4	–	20\$/util/an
DIU	96%	0.28 (3,5 ans/DUI)	–	20\$/accep.
Pilule	92%	15 plaquettes	–	15\$/util/an
Traditionnelle	50%	–	–	0\$

Notion de CYP (CAP):

Couple – Year (Années) – of (de) Protection
(quelle quantité des moyens contraceptifs il faut utiliser pour protéger un couple durant une année)

Changement dans la projection de base	Prévalence nécessaire en 2020
Projection de base	34,4%
Pourcentage des FAP en union, constant	42,4%
Infécondité post-partum, constante	26,7%
Pourcentage des FAP en union et infécondité post-partum, constants	35,5%
Combinaison de méthodes, constante	42,3%
Combinaison de méthodes, pourcentage des FAP en union et infécondité post-partum, constants	43,7%

	1995	2020
Déterminants proches		
Nombre de femmes en âge de procréer	8 400 000	19 200 000
Pourcentage en union	70%	63%
Durée de l'infécondité post-partum	16 mois	13 mois
Taux d'avortement total	0	0
Stérilité involontaire	2,2%	2,2%
ISF	6,6	5,1
Prévalence de la contraception	15%	-
Combinaison de méthodes		
Préservatif	9,3%	12,9%
Stérilisation féminine	7,8%	11,0%
Injectable	2,3%	10,4%
DIU	3,9%	9,2%
Pilule	14,0%	28,0%
Traditionnelle	62,7%	28,5%

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

37

II. Modèles de distribution par âge de la nuptialité et de la fécondité

Problèmes:

- La désagrégation de la population (subdivision en groupes par âge et par sexe dans lesquels la mortalité, la fécondité et la migration sont plus ou moins *homogènes*) permet de d'obtenir une représentation précise d'un phénomène étudié, mais *la multiplication des séries de nombres est encombrante*.
- L'application de certaines méthodes d'analyse et de projection comme celle des composants demande des taux de fécondité, de mortalité et de migration par âge et par sexe pour chaque intervalle de la période de projection, par conséquent *des hypothèses se multiplient*.

Solution plausible – réduction de l'information d'entrée d'un modèle :

- Construire un modèle et d'associer, ou de mettre en correspondance, les distributions des taux par âge avec le nombre réduit (un, deux ou trois) des paramètres.
- Le modèle représente *un standard* pour les distributions des taux par âge (risque), *basé sur l'expérience de plusieurs populations* pour lesquelles la qualité des données est bonne.

1. La nuptialité par âge (modèle relationnel de Coale-McNeil)

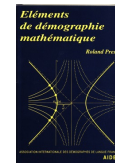
Lecture :

Coale, A.J. (1971) – “Age Patterns of Marriage”. *Population Studies*. Vol. 25, no. 2, p.193-214

Coale, A.J. and D.R McNeil (1972) – “The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort” *Journal of American Statistical Association*, Vol. 67, no. 340, p.743-749

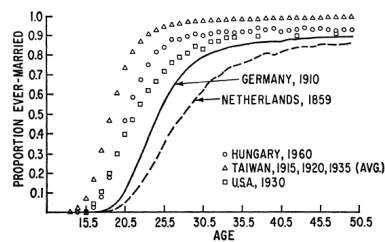
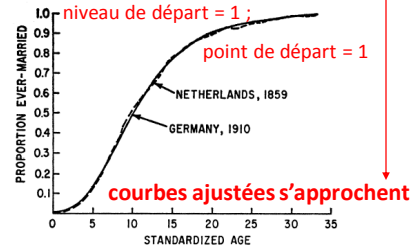
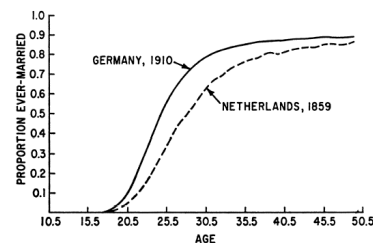
John Hajnal (1953) – “Age at marriage and proportions marrying”, *Population Studies* vol. VII no.2, p.11-136

Rolland Pressat (1995) – *Eléments de démographie mathématique*, édition de l'AIDELF, 279 p. (ISBN2-9509356-0-5; ISSN 1160-1531)

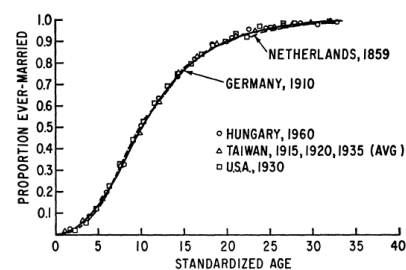


Question 1 : Est-ce dans toutes les populations les courbes de la nuptialité par âge se ressemblent ?

Courbes empiriques sont variées → si deux axes sont standardisés

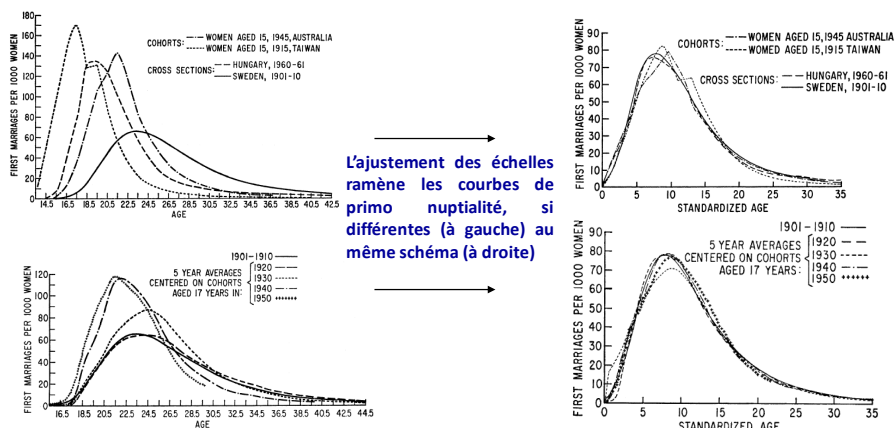


Source: Coale, 1971, p.194



Apparemment, c'est « OUI », les observations historiques en font la preuve

Question 2 : Est-ce que les données longitudinales donnent le même résultat que celles transversale ?

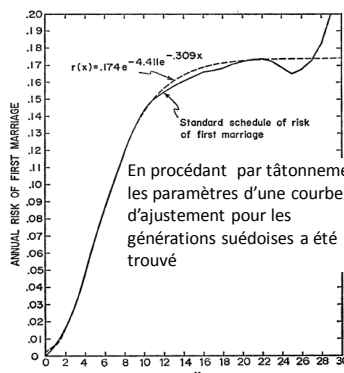


L'ajustement des échelles ramène les courbes de primo nuptialité, si différentes (à gauche) au même schéma (à droite)

"The most puzzling feature of the common pattern of first-marriage frequencies is its very prevalence. We have seen evidence of the same basic curve of first marriages in cohorts that marry early and cohorts that marry late, in cohorts in which marriage is virtually universal, and in cohorts in which one-quarter remain single. Moreover, the uniform age structure of nuptiality occurs in societies in which most marriages are arranged by families with little regard for the preference of bride and groom, and in societies in which marriages typically result from the self-selection of mutually preferred partners". (A. Coale, 1971, p.203)

Question 3 : Est-ce que la fonction de risque de la primo nuptialité suit, elle aussi, un schéma universel ?

Le risque de mariage (sortie du célibat) pourrait être défini comme le taux de mariage par âge des personnes éligibles pour le premier mariage (les célibataires). Il s'agit donc des taux de première catégorie.

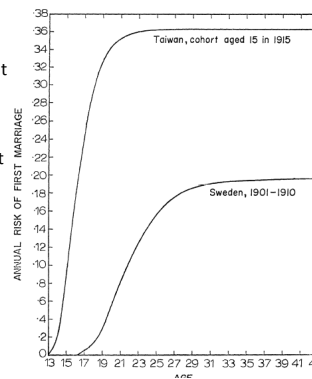


En procédant par tâtonnements, les paramètres d'une courbe d'ajustement pour les générations suédoises a été trouvé

$$r^s(x) = 0,174 \cdot e^{-4,411e^{-0,309x}}$$

la formule empirique de la nuptialité « standard » (densité des premiers mariage en Suède, 1965-1969)

Pour que cette formule soit universelle il faudrait y introduire un paramètre qui gère la vitesse relative de la nuptialité par rapport à un standard



$$r^s(x) = \frac{0,174}{k} \cdot e^{-4,411e^{-\left(\frac{0,309}{k}\right)(a-x)}}$$

La nuptialité par âge (modèle relationnel de Coale-McNeil)

Idée: la primo-nuptialité par âge dérive d'un schéma standard (de la « nuptialité naturelle »)

la formule empirique de la nuptialité « standard » (densité des premiers mariage en Suède, 1965-1969)

$$g^s(x) = 0,19465 \cdot e^{-0,174(x-6,06)} \cdot e^{-0,288(x-6,606)}$$

Modèle relationnel :

$$G(a) = \Theta \cdot G^s(a) \cdot \left(\frac{a - a_0}{\kappa} \right)$$

- G(a) – la proportion de non célibataire dans la population observée
- a₀ – âge de début de la nuptialité (~1% de femmes se marient)
- κ – la vitesse de la nuptialité (combien d'années de la nuptialité de la population observée correspondent à une année de la nuptialité standard)
- Θ – le facteur d'échelle représentant la proportion définitive de non célibataire (Θ = 1 – C où C est le célibat définitive)

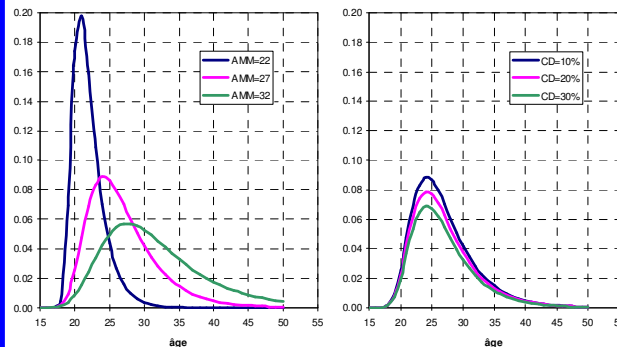
Application du modèle de Coale-McNeil

$$g(a) = \frac{0,1946 \cdot \Theta}{\kappa} \cdot e^{\frac{-0,174}{\kappa}(a-a_0-6,06 \cdot \kappa) - \frac{-0,288}{\kappa}(a-a_0-6,06 \cdot \kappa)}$$

Illustration: Changement de la densité des premiers mariage en fonction de niveau du célibat définitif et de l'âge moyen de primo-nuptialité

1. Célibat définitif (CD) =10%
a₀=18

2. Age moyenne au mariage (AMM)=27; a₀=18



Définition de κ

$$\mu = \int_0^{\infty} a \cdot G(a) da = a_0 + 11,36 \cdot \kappa$$

μ - âge moyen au premier mariage

donc
$$\kappa = \frac{\mu - a_0}{11,37}$$

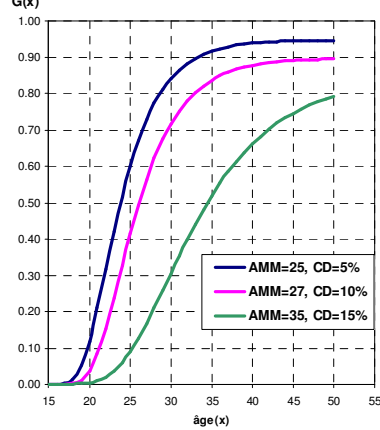
et aussi la variance des âge au mariage soit :

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (a - \mu)^2 \cdot G(a) da = 43,34 \cdot \kappa$$

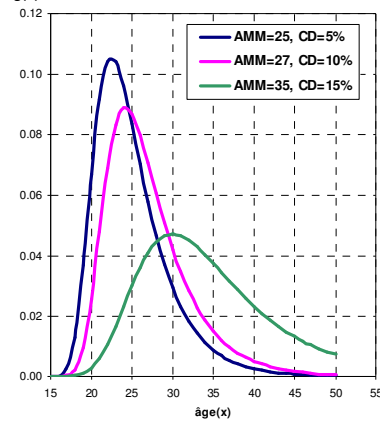
Application du modèle de Coale-McNeil pour la projection:

Divers scénarios des changements de la nuptialité appliqués à la projection.

Distribution des premiers mariages
(probabilité de se marier avant l'âge x)



Densité des premiers mariages
(probabilité de se marier à l'âge x)



AMM – âge moyen au premier mariage; CD – célibat définitif (proportion de célibataire à l'âge 50 ans)

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

45

2. Fécondité par âge

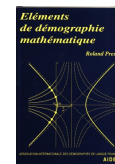
- Ajustement analytique de la fonction fécondité
- Modèle basé sur un calendrier type de Coale-Trussel
- Modèle relationnel de W.Brasse

Lecture :

Coale, A.J. (1974) – “Model Fertility Schedules: Variations in The Age Structure of Childbearing in Human Populations”. *Population Index*, Vol. 40, No. 2 (Apr., 1974), pp. 185-258

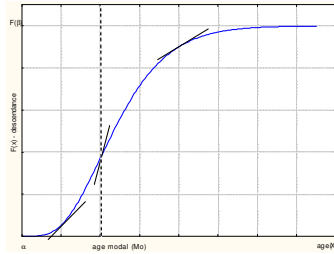
Nations Unies (1981) – Manual X *Téchniques indirectes d'estimations démographiques* Série “Etudes démographiques” N°81. ST/ESA/SER.A/81

Rolland Pressat (1995) – *Eléments de démographie mathématique*, édition de l'AIDEL, 279 p. (ISBN2-9509356-0-5; ISSN 1160-1531)

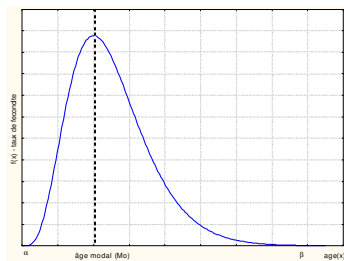


Approche mathématique de la fécondité par âge

Fonction de distribution
(descendance à l'âge x)



Fonction de densité (taux à l'âge x)



Soit α – âge de début de la fécondité
 β – âge de fin de la fécondité
 $F(x)$ – la descendance à l'âge x (fonction descendance)

Alors la **fonction fécondité** :

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x)$$

respectivement, la **fonction descendance** :

$$F(x) = \int_{\alpha}^x f(\xi) d\xi$$

On peut aussi imaginer que $f(x) = F(\beta) \cdot g(x)$

où $g(x)$ est une fonction de la **densité de probabilité**

telle que $\int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = 1$

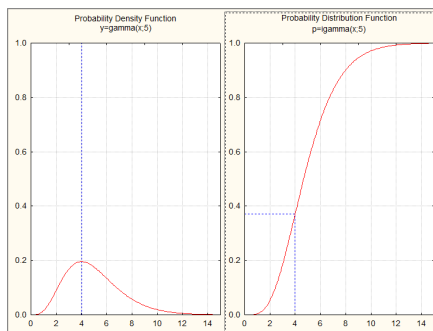
Les observations empiriques nous apprennent que la fonction de fécondité est pratiquement toujours **unimodale** et légèrement **étalée vers la droite** dans la plupart des cas.

Ajustement analytique de la fécondité par âge

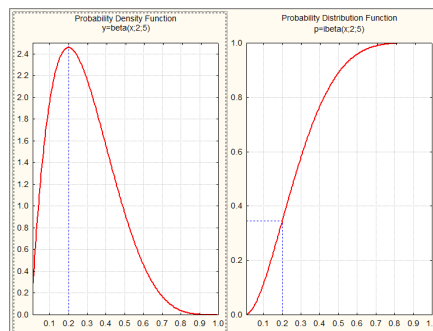
Question 1 : peut-on trouver une ou des fonctions analytiques (paramétriques) dont la distribution et la densité sont proches de celles de la fécondité (humaine) ?

Question 2 : si c'est « oui », est-il possible de trouver un rapport stable entre les paramètres de cette (ces) fonction(s) et les caractéristiques sommaires de la fécondité, à savoir, avec la descendance finale, l'âge moyen à la maternité, âge modal, etc. ?

Fonction Gamma



Fonction Bêta



Fonction gamma

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} X^{a-1} \cdot e^{-X} dX, \quad a > 0$$

par ailleurs, si $a \in \mathbb{Z}_+ \rightarrow \Gamma(a+1) = a!$

On peut substituer $\lambda x (\lambda > 0)$ à X , alors la distribution sera définie de deux paramètres :

- a – paramètre de forme
- λ – paramètre de l'échelle

ainsi que la densité $\gamma(x; a, \lambda) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} \cdot X^{a-1} \cdot e^{-\lambda X}$

avec les caractéristiques :

moyenne : $E\gamma(a, b) = \frac{a}{\lambda}$ mode : $X_{\text{mod}} = \frac{a-1}{\lambda}$
 dispersion : $\sigma_x^2 = \frac{a}{\lambda^2}$ dissymétrie : $\beta_1 = \frac{2}{\sqrt{a}}$
 aplatissement : $\beta_2 = \frac{6}{a}$

Si $a > 1$ et $X = x - \alpha$, où
 x – âge de fécondité
 α – âge initial de la fécondité, alors

$$f(x) = F(\beta) \cdot \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} \cdot (x - \alpha)^{a-1} \cdot e^{-\lambda(x-\alpha)}$$

Propriété importante de la fonction gamma :

$$\sum_i \Gamma(a_i, \lambda) = \Gamma(a_1 + a_2 + \dots, \lambda)$$

peut être utile pour traiter la fécondité par rang de naissance

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 49

Fonction bêta (intégrale d'Euler de type I)

$$B(a, b) = \int_0^1 X^{a-1} \cdot (1-X)^{b-1} dX, \quad a, b > 0$$

où a et b sont les deux paramètres de la forme

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \cdot X^{a-1} (1-X)^{b-1}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

avec les caractéristiques :

moyenne : $E\beta(a, b) = \frac{a}{a+b}$
 mode : $X_{\text{mod}} = \frac{a-1}{a+b-1}$
 dispersion : $\sigma_x^2 = \frac{a \cdot b}{(a+b)^2 \cdot (a+b+1)}$
 dissymétrie : $\beta_1 = \frac{2 \cdot (a-b) \cdot \sqrt{a+b+1}}{(a+b+2) \cdot \sqrt{a \cdot b}}$
 aplatissement : $\beta_2 = \frac{3 \cdot (a+b+1) \cdot [2 \cdot (a+b)^2 + a \cdot b(a+b-6)]}{a \cdot b \cdot (a+b+2) \cdot (a+b+3)}$

pour introduire l'âge de fécondité il faut substituer à $X = \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}$ alors on obtient

$$f(x) = F(\beta) \cdot \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \cdot \frac{(x-\alpha)^{a-1} \cdot (\beta-x)^{(b-1)}}{(\beta-\alpha)^{a+b-1}}$$

où $1 < a < b$

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie) 50

Modèles de la fécondité par âge basés sur le calendrier type (modèles relationnels de Coale-Trussell et de W.Brass)

Henry, L.(1961) – “Some Data on Natural Fertility” *Eugenics Quarterly*, Vol. 8, no. 2, p.81-91

Coale, A.J. and J.Trussell (1974) – “Model Fertility Schedules: Variation in the Age Structure of Childbearing in Human Populations”, *Population Index*, Vol.40, no. 2, p.185-258

Brass W.(1978) – *The Relational Gompertz Model of Fertility by Age of Women*. London School of Hygiene and Tropical Medicine, (polycopie)

Booth, H. (1984) – “Transforming the Gompertz for Fertility Analysis: The Development of Standard for Relational Gompertz”, *Population Studies*, Vol. 32, no. 3, p.495-506

S’il n’y pas de fécondité hors mariage, alors:

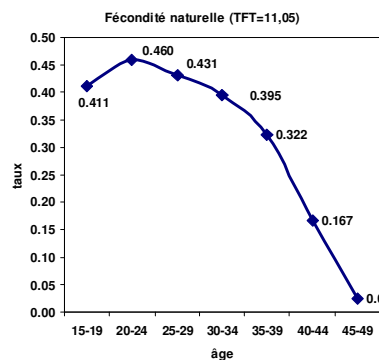
$$f(a) = G(a) \cdot \phi(a)$$

où $f(a)$ – taux de fécondité (densité)
 $G(a)$ – proportion de femmes mariées (distribution)
 $\phi(a)$ – taux de fécondité en mariage (densité)

Modèle de fécondité de Coale–Trussell

La base empirique: les taux de fécondité en mariage par âge dans 43 populations avec le contrôle de la fécondité

L’hypothèse théorique: la fécondité observée est une déviation de la fécondité naturelle sous l’influence du contrôle des naissances (planification familiale)



Modèle à deux paramètres et à deux standards

$$\phi(a) = M \cdot n(a) \cdot e^{m \cdot \nu(a)}$$

où

$\phi(a)$ – taux de fécondité en mariage (observation)

$n(a)$ – taux de fécondité naturelle (*standard*)

$\nu(a)$ – (upsilon) déviation *standard* de la fécondité naturelle (la même pour plusieurs population)

M – paramètre du niveau de fécondité

m – paramètre du niveau de la limitation volontaire des naissances

Estimation des paramètres du modèle Coale-Trussell: méthode simple

Fonctions standard empiriques du modèle

Age	n(a)	v(a)
15-19	0.411	0
20-24	0.460	0
25-29	0.431	-0.279
30-34	0.395	-0.667
35-39	0.322	-1.042
40-44	0.167	-1.414
45-49	0.024	-1.671
ISF	11.050	

$M = \frac{\phi(20-24)}{n(20-24)}$ le rapport de la fécondité observée à la fécondité naturelle à l'âge 20-24

$m = \frac{1}{5} \cdot \sum_{a=25-29} \frac{\ln \frac{\phi(a)}{M \cdot n(a)}}{v(a)}$ la moyenne arithmétique des déviations du standard v(a) aux âges après 25 ans

sinon, comme les paramètres de la régression en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO)

Estimation de M et m avec la méthode de MCO

$\ln M = -0,275 \rightarrow M = 0,760 \quad m = 0,189$

Interprétation:

Le niveau de la fécondité à l'âge 20-24 est 76% de la fécondité naturelle et la structure de la fécondité par âge se diffère peu de celle de la fécondité naturelle

Age	phi(a)	v(a)	Ln[phi(a)/n(a)]
20-24	0.350	0	-0.273
25-29	0.313	-0.279	-0.320
30-34	0.254	-0.667	-0.442
35-39	0.212	-1.042	-0.418
40-44	0.095	-1.414	-0.564

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master d

Application du modèle Coale-Trussell pour la projection :

Taux de fécondité en mariage à partir du modèle

$f(x) = G(x) \cdot \phi(x)$ $G(x)$ – la proportion de non célibataires à l'âge x

Taux de fécondité à partir des modèles de nuptialité et de fécondité

Ce modèle présente bien le recours à la contraception pour limiter le nombre des naissances (la parité), mais non pour l'espacer les naissances (s'applique mal aux changements du calendrier)

Cours « Modèles de populations » par Alexandre Avdeev, IDUP (Master de démographie)

54

Modèle relationnel gompertzien de W.Brass

➤ Réduire le nombre des paramètres de trois (modèle de Coale-Trussell) à deux

$F(x) \rightarrow$ Taux de fécondité cumulée à l'âge exacte x et

$TF \rightarrow$ La descendance finale

Idée de W. Brass: la structure de la fécondité atteinte à l'âge x suit la distribution de la fonction de Gompertz

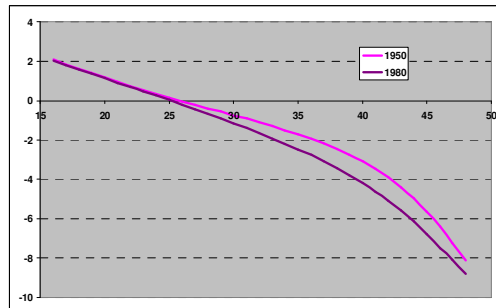
$$\frac{F(x)}{TF} = e^{A \cdot Bx} \rightarrow \frac{\sum_{x=15}^x f(x)}{\sum_{x=15}^{50} f(x)} = \exp[A \cdot \exp(B \cdot x)]$$

Modèle de Brass (suite)

η (éta) – transformation de l'équation initiale : $\frac{F(x)}{TF} = \exp[A \cdot \exp(B \cdot x)]$

1^{ère} étape: $\ln\left(\frac{F(x)}{TF}\right) = A \cdot \exp(B \cdot x)$

2^e étape: $\ln\left[-\ln\left(\frac{F(x)}{TF}\right)\right] = \ln(-A) + B \cdot x \rightarrow \eta[F(x)] = \ln(-A) + B \cdot x$



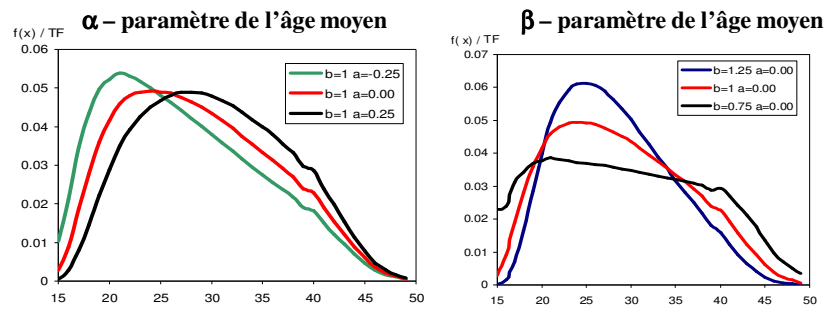
$$\eta[F(x)] = \alpha + \beta \cdot \eta[F^S(x)]$$

où

$F^S(x) \rightarrow$ fécondité standard

η - transformation du schéma de fécondité observé est la fonction linéaire de la η - transformation du schéma de fécondité standard

Application du modèle de la fécondité de Brass pour la projection:

**Étapes de travail :**

1. Trouvez la fécondité standard
2. Estimez les paramètres α et β pour voir leur tendance
3. Formulez les hypothèses sur les changements de α et β
4. Estimez la distribution de la fécondité par âge à partir des valeurs α et β
5. Formulez les hypothèses sur la dynamique de l'ISF
6. Calculez des taux de fécondité par âge pour la projection