Université Paris 1 Panthéon Sorbonne,

Institut de démographie

Chapitre 7 :

Analyse de la nuptialité

1. Mariage en tant qu'un événement démographique : particularité, facteurs et phénomènes perturbateurs
2. Indicateurs usuels de la nuptialité
3. Table de nuptialité
4. Méthode indirecte d'estimation de l'âge moyen au premier mariage à partir des données d'un recensement (d'une enquête)
5. Indicateurs de nuptialité pour une période (indicateurs transversaux)
6. Durée de mariage et les dissolutions des mariages

Lecture : R.Pressat *L'analyse démographique. Méthodes – Résultats – Applications*. Paris, PUF, 1961, chapitre 4 (p.137-152)
L.Henry *Démographie. Analyse et Synthèse.* Edition de l'INED, 1984, chapitre 4, p.75-92

avec la lecture supplémentaire sur http://dmo.econ.msu.ru/teaching/demo/PPP/Analyse de nuptialite.pdf

Cours d'analyse démographique par Alexandre Avdeev, niveau : **Master 1e année**

Le mariage comme un objet d'étude démographique

Le mariage est un phénomène démographique :

- *non fatal* : certaines personnes ne se marient pas, même si elles ont théoriquement cette possibilité, c'est-à-dire, elles vivent assez longtemps *(par conséquent et à la différence des décès, le nombre final de mariage dans une cohorte peut être inférieur à l'effectif initial de la population à risque)*;
- *renouvelable* : un remariage est possible, si le mariage (précédent) est terminé par le divorce ou à cause de décès du conjoint *(par conséquent et à la différence des décès, le nombre le nombre final de mariage dans une cohorte peut être supérieur à l'effectif initial de la population à risque)*.

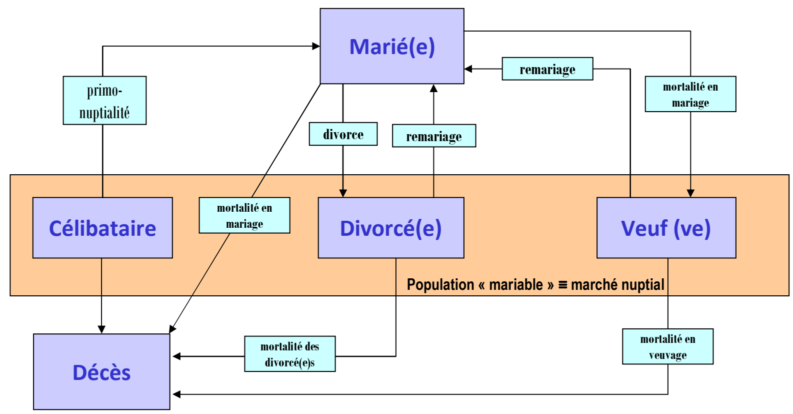
… il est cependant possible de révoquer la nature renouvelable du mariage, en prenant en considération son rang

Le premier mariage (ou de façon générale le mariage d'un rang donné) est un phénomène *non renouvelable*.

L'analyse des premiers mariages est un exemple d'étude ***d'un phénomène ni fatal, ni renouvelable*** et donc ces principes s'appliquent à tous les phénomènes non fatales qui se différencient par leur rang.

2

Etats, transitions et événements dans la processus de la nuptialité d’une population fermée à la migration



état - états de la structure nuptiale de la population ≡ la structure selon des états matrimoniaux

événement - événements conditionnant les transitions entre les états matrimoniaux

population - population à risque de mariage

3

Particularités de la nuptialité à prendre en compte

Le rapport des sexes : dans la population en générale et dans les générations. Le rapport des sexes à la naissance est déterminé par la biologie humaine. Généralement il est proche au rapport 105 garçons pour 100 files. Cependant la mortalité infantile des garçons est plus élevée que celle des filles et donc vers certain âge l’équilibre des sexe s’établie. En outre dans les certaines périodes historique on observe l’effet sélectif de la mortalité et de la migration par âge.

Le rapport des âges des époux : dans un mariage l’âge des époux n’est pas forcement le même. Dans une rétrospective historique on voit que le plus souvent un mari en moyenne est plus âgé que sa femme, mais l’écart moyen entre les âges des époux varie historiquement et géographiquement (s.f. statistique descriptive → moyenne quadratique)

Les remariages : se différencient selon le sexe et l'âge, le premier mariage pour un des époux n’est pas forcement de même ordre pour un autre. Par conséquent les indicateurs de primo-nuptialité varient selon le sexe et les nombres de premiers mariages des hommes et des femmes ne sont pas nécessairement égaux (bien que le nombre annuel de mariages des hommes soit toujours le même que celui des femmes)

4

Indicateurs bruts des mariages et de la nuptialité les plus couramment utilisés :

Soit

M(t; t+Δt) le nombre de mariages enregistré durant une période Δt (entre t et t+Δt) ;

NAV(t; t+Δt) le nombre d'années vécues dans l'intervalle Δt (entre t et t+Δt) par la population totale (soumise ou non au risque de mariage)

TBM(t; t+Δt) **le taux brut de mariage** pour une période Δt (entre t et t+Δt) :

$$TBM_{(t;t+\Delta t)} = \frac{M_{(t;t+\Delta t)}}{NAV_{(t;t+\Delta t)}} = \frac{M_{(t;t+\Delta t)}}{\Delta t \cdot \overline{P}_{(t;t+\Delta t)}}$$

Soit *Δt*=1 (une année t)

${}_nMf_x$ le nombre de mariages des femmes à l'âge entre x et x+n enregistré durant une année t ;

${}_nMh_x$ le nombre de mariages des hommes à l'âge entre x et x+n enregistré durant une année t ;

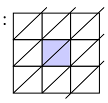
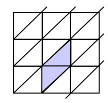
tels que ${}_nMf_x - {}_nMh_x \supset \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ est le symbole d'ensemble des nombres entiers) et $\sum_{x=0}^{\omega} {}_nMf_x = \sum_{x=0}^{\omega} {}_nMh_x$

${}_nPf_x$ la population féminine à l'âge entre x et x+n au milieu de la période t;

${}_ngf_x$ **le taux de mariage par âge** de sexe féminin (*de seconde catégorie*) pour l'année t : $${}_ngf_x = \frac{{}_nMf_x}{{}_nPf_x}$$

de même pour le sexe masculin (${}_ngh_x$)

Pour une année les taux par âge sont calculés :

soit pour l'âge en années révolues →  soit pour l'âge atteint dans l'année → 

On calcule (rarement) ***le taux général de mariage*** pour la population à l'âge de 15 ans et plus.

On peut éventuellement calculer les taux généraux de mariage *spécifique au sexe*.

5

Indicateurs fins de la nuptialité : mariage selon le rang

Soit

${}_nMf^1_x$ le nombre de mariages des femmes à l'âge entre x et x+n enregistré durant une année t ;

${}_nMh^1_x$ le nombre de mariages des hommes à l'âge entre x et x+n enregistré durant une année t ;

tels que ${}_nMf^1_x - {}_nMh^1_x \supset \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ est le symbole d'ensemble des nombres entiers) et $\sum_{x=0}^{\omega} {}_nMf^1_x - \sum_{x=0}^{\omega} {}_nMh^1_x \supset Z$

${}_nPf_x$ la population féminine à l'âge entre x et x+n au milieu de l'année ***t*** mariée ou non ;

${}_Ngf^1_x$ **le taux de primo-nuptialité par âge** de sexe féminin (*de seconde catégorie*) pour l'année t : $${}_ngf^1_x = \frac{{}_nMf^1_x}{{}_nPf_x}$$

de même pour le sexe masculin (${}_ngh^1_x$)

A partir de ces taux, pour une période (pour une génération fictive), on calcule très fréquemment ***l'indice synthétique de primo-nuptialité*** et ***l'âge moyen au premier mariage*** :

$$ISPN^f = n \cdot \sum_{x=15}^{45} {}_ngf^1_x \qquad AMPN^f = \frac{n}{2} + \frac{\sum_{x=15}^{50-n} x \cdot {}_ngf^1_x}{\sum_{x=15}^{45} {}_ngf^1_x}$$

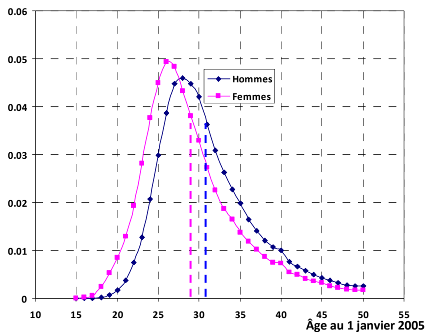
Comme la série des taux est une série de distribution, que l'on peut cependant interpréter comme une série chronologique pour une génération fictive, il est possible de calculer les statistiques de cette distribution relatives à la tendance centrale et à la dispersion (mode, médiane etc.) et un indicateur démographique **le niveau de célibat définitif** ou la proportion des célibataire à l'âge de 50 ans.

6

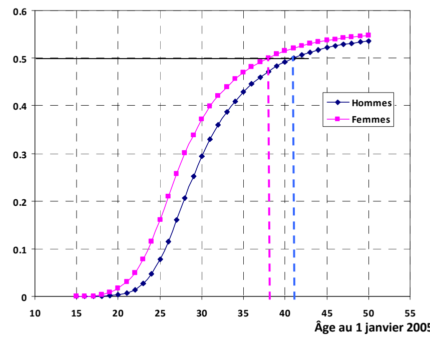
Primo-nuptialité en France 2005

(taux par âge au 1 janvier et par sexe)

Densité des premiers mariage



Distribution des premiers mariage



Source : Insee, état civil (tableau 13 http://insee.fr/fr/ppp/bases-de-donnees/irweb/sd19992006/dd/excel/sd19992006_t13_f.xls

Analyse à partir des taux de seconde catégorie :

- le plus souvent les hommes se marient pour la premier fois à 28 ans et les femmes à à 26 ans (le mode) cependant il y a un extremum local à 40 ans (un phénomène à étudier) ;
- l'âge moyen au premier mariage est 30,8 ans pour les hommes et 28,9; l'écart entre les âges moyens est ~2 ans ;
- la moitié des hommes acquirent l'expérience d'un mariage vers 41 ans et la moitié des les femmes vers l'âge de 38 ans;
- le célibat « définitif » (proportion des célibataire à l'âge de 50 ans) est de 47% chez les hommes et 45% chez les femmes

7

Les défauts d'analyse de la nuptialité à partir des taux de seconde catégorie

La nuptialité est très sensible à l'influence des facteurs perturbateurs et des événements concurrents :

- La mortalité :
  - empêche en tout cas le mariage pour la personne décédée : un événement concurrent ;
  - perturbe la nuptialité de façon indirecte en diminuant le nombre des partenaires mariables (exemple la guerre).
- La migration :
  - n'empêche pas à se marier, mais retire des personnes mariables de l'observation (émigration)

Les taux de seconde catégorie ne prennent pas en considération la durée de l'état :

Le nombre de mariages (premiers) dépend de l'effectif des célibataires (disponibles pour le mariage), qui est, à son tours, dépend de la nuptialité antérieur du moment d'observation.

Dans une génération *le nombre de célibataire diminue avec l'âge*, c'est une variable dépendante de la durée (*time varying variable*), par conséquent, la probabilité de se marier (pour la première fois) peut être croissante, malgré la diminution du nombre de mariage

Le but d'analyse est d'éliminer influence des phénomènes perturbateurs des mariages et étudier la nuptialité **en état pur**, pour déterminer pour chaque génération *la probabilité de se marier au moins une fois dans l'absence de la mortalité et de la migration, sachant que c*ette probabilité n'est qu'*une proportion de célibataires qui se marient dans un intervalle d'âge et de période de calendrier*.

8

Taux de première catégorie et analyse de la (primo) nuptialité basée sur la durée du célibat

(tables de primo nuptialité)

Soit

$_nMf^1_x$ le nombre de premiers mariages des femmes à l'âge entre x et x+n enregistré durant l'année t ;

$_nMh^1_x$ le nombre de premiers mariages des hommes à l'âge entre x et x+n enregistré durant l'année t ;

tels que $_nMf'_x - {_nMh'_x} \supset \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ est le symbole d'ensemble des nombres entiers) et $\sum_{x=0}^{\omega} {_nMf^1_x} - \sum_{x=0}^{\omega} {_nMh^1_x} \supset \mathbb{Z}$

$_nCf_x$ la population moyenne de femmes célibataires à l'âge entre x et x+n pour l'année t;

$_Ngf^1_x$ **le taux de mariage par âge** de sexe féminin (*de première catégorie*) pour l'année t : $_ngf^1_x = \frac{_nMf^1_x}{_nCf_x}$

de même pour le sexe masculin ($_ngh^1_x$)

On peut convertir ce taux (de première catégorie) en probabilité comme dans le cas de mortalité, en supposant que l'influence de la mortalité est négligeable :

$$_nN_x = \frac{2 \cdot n \cdot {_ngf^1_x}}{2 + n \cdot {_ngf^1_x}}$$

$_nN_x$ – la probabilité pour une célibataire de se marier dans un intervalle d'âge [x; x+n) ou une proportion des célibataires qui se marient dans cet intervalle d'âge

$_n\gamma_x = 1 - {_nN_x}$ – la probabilité de rester célibataire dans l'intervalle d'âge x et x+n, alors la γ_x est une proportion de célibataires à l'âge exact x est un produit des probabilités conditionnelles : $\gamma_x = \prod_{x=15}^{x-1}(1 - {_nN_x})$

La probabilité de rester célibataire à la 50e anniversaire (le célibat définitif) :

$$\gamma_{50} = \prod_{x=15}^{49}(1 - {_nN_x})$$

9

Table de primo nuptialité de l'année

à partir des taux de 1ère catégorie (présentation « classique »)

Age révolu	Nombre de premiers mariages dans l'intervalle d'âge	Effectif moyen des célibataires	Taux de primo–nuptialité	Probabilité de se marier (quotient)	Effectif de céliba-taires	Nombre de mariages de table	Probabilité de rester célibataire dans l'intervalle d'âge
x	$_nM_x$	$_nC_x$	$_ng_x$	$_nN_x$	S_x	$_nb_x$	$_n\gamma_x = 1 - {_nN_x}$
15-19	2 500	45 000	2500/45000=0,556	0,244	10 000	2 440	0,756
20-24	3 800	17 500	3800/17500=0,217	0,704	7 560	5 322	0,296
25-29	760	5 200	760/5200=0,146	0,535	2 238	1 197	0,465
30-34	200	3 000	200/3000=0,067	0,286	1 041	298	0,714
35-39	100	2 700	100/2700=0,037	0,169	734	126	0,831
40-44	50	2 500	50/2500=0,020	0,095	617	59	0,905
45-49	30	2 300	30/2300=0,013	0,063	558	35	0,937
						∑=9 477	Π=0,0523

Hypothèse:

les taux observés sont égaux aux taux de table

1) $_5g_x = \frac{_5M_x}{_5\bar{C}_x}$ 2) $_nN_x = \frac{2 \cdot n \cdot {_ng_x}}{2 + n \cdot {_ng_x}}$

3) $_nb_x = S_x \cdot {_nq_x}$ 4) $S_{x+5} = S_x - {_nb_x}$

10

Table de primo nuptialité de l'année à partir des taux de 1e catégorie (« résumée avec les quotients »)

Soit γ_x – probabilité de rester célibataire jusqu'à l'âge « x » et
$_nN_x$ – la proportion des premiers mariages à l'âge ***x*** révolu

$$\rightarrow \gamma_x = \prod_{x=15}^{x-1} (1 - {}_nN_x)$$

Age révolu	Nombre de premiers mariages	Effectif moyen des célibataires	Taux de primo–nuptialité	Age exact	proportion de premiers mariages à l'âge x révolu	probabilité de rester célibataire à l'âge exact x
x	$_nM_x$	$_nC_x$	$_ng_x$	x	$_nN_x \equiv {}_nq_x$	$\gamma_x \equiv S_x$
15-19	2 500	45 000	0,556	15	0,244	1
20-24	3 800	17 500	0,217	20	0,704	1 x (1-0,244)=0,7560
25-29	760	5 200	0,146	25	0,535	0.7560 x (1-0,704)=0,2248
30-34	200	3 000	0,067	30	0,286	0,2248 x (1-0,535)=0,1041
35-39	100	2 700	0,037	35	0,169	0,1041 x (1-0,286)=0,0743
40-44	50	2 500	0,02	40	0,095	0,0743 x (1-0,169)=0,0617
45-49	30	2 300	0,013	45	0,063	0,0617 x (1-0,095) =0,0559
				50	////	**0,0559 x (1-0,063)=0,0524**

Le célibat définitif (proportion des célibataire à l'âge exact de 50 ans est 5,2%)

11

suite

Age exact	Probabilité de se marier	Nombre de célibataire	Nombre de mariages de table	Probabilité de rester célibataire
x	$_5N_x$	C_x	$_5b_x$	$_5\gamma_x = 1 - {}_5N_x$
15	0,244	10 000	10 000*0,244=2 440	1-0,244=0,756
20	0,704	10 000-2 440=7 560	7 560*0,704=5 322	1-0,704=0,296
25	0,535	7 560-5 322=2 238	2 238*0,535=1 197	1-0,535=0,495
30	0,286	2 238-1 197=1 041	298	0,714
35	0,169	743	126	0,831
40	0,095	617	59	0,905
45	0,063	558	35	0,937
50		532	**∑=9 477**	Π=0,0523

Probabilité de se marier avant l'âge 50 ans = $\frac{\sum {}_5b_x}{10\,000} = \frac{9\,477}{10\,000} = 0,9477$

Age moyen de primo-nuptialité = $2.5 + \frac{\sum x \cdot {}_5b_x}{\sum {}_5b_x} = 22,56$

Célibat définitif → 10 000 – 9 477 = 532 => (532/10 000) x 100% = 5,23%

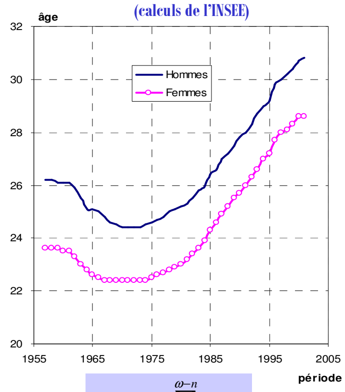
12

Analyse de la dynamique de primo nuptialité en France à la deuxième moitié du 20e siècle

(générations fictives, approche transversale)

Age moyen au premier mariage, 1956-2001

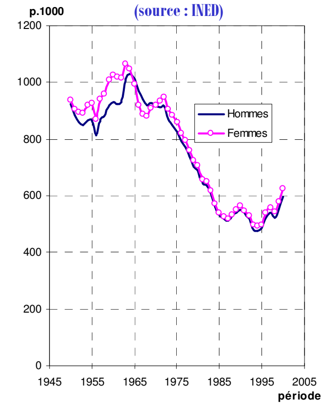
(calculs de l'INSEE)



$$AMPN = \frac{\sum_{15}^{\omega-n} x \cdot {}_n g_x}{\sum_{15}^{\omega-n} {}_n g_x}$$

Indice de primo–nuptialité, 1950-2000

(source : INED)



$$ISPN = n \cdot \sum_{15}^{\omega-n} {}_n g_x$$

Exemple d'analyse de la primo nuptialité en France, 2000

(générations fictives, approche transversale)

Taux de primo–nuptialité (2e catégorie) par âge

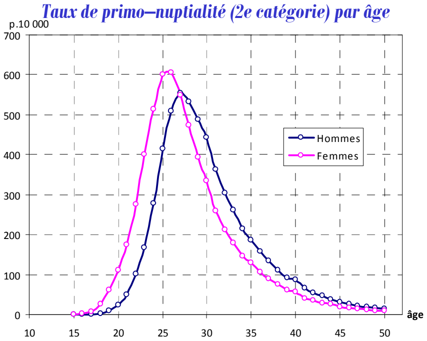
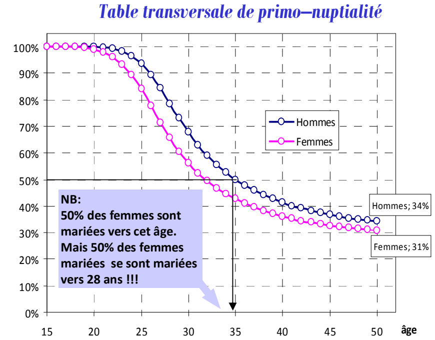


Table transversale de primo–nuptialité



Indicateur	Par les taux de 2d catégorie		Table transversale	
	Hommes	*Femmes*	*Hommes*	*Femmes*
Indice synthétique de primo–nuptialité (ISPN)	**0,585**	**0,605**	**0,658**	**0,693**
Age moyen au premier Mariage (AMPM)	30,2	28,0	31,0	29,0
Age modal des célibataires au mariage (Mo)	27	26	29	27
Age médian des célibataires au mariage (Me)	28,5	26,5	30,17	28,07
Premier quartile d'âge au mariage des célibataires (Q1)	25,8	23,9	26,1	24,2
Troisième quartile d'âge au mariage des célibataires (Q3)	32,5	30,0	33,8	32,5
Célibat définitif (proportion estimée de célibataire à 50 ans)	41,95%	39,47%	34,17%	30,73%

Calculs à partir de données de l'INSEE (table 13)

Une précision : élimination des perturbateurs et analyse de la (primo) nuptialité en état « pur »

Soit

Cx le nombre de célibataire à l'âge exact x,

Mx le nombre de mariages des célibataires de cet âge durant une année,

Dx le nombre de décès des célibataires,

on peut calculer la probabilité de se marier (ou la proportion de mariages) $\boldsymbol{n_x}$ de façon suivante : $n_x = \dfrac{M_x + e_x}{C_x}$

$\boldsymbol{e_x}$ est le nombre de mariages non observés à cause de la mortalité et de la migration

Supposons qu'il n'y a pas de migration et avançons deux hypothèses :

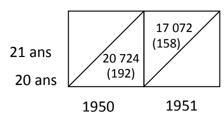
1. *Le risque de se marier et le risque de mourir sont indépendants.*
2. *Les décès sont repartis uniformément dans l'intervalle d'âge « x »*

Soit 0 – le nombre de décès en début de l'intervalle D_x – celui à la fin de l'intervalle), alors $e_x = \dfrac{0 + D_x}{2} \cdot n_x = 0.5D_x \cdot n_x$

d'ou $n_x = \dfrac{M_x}{C_x - 0.5D_x}$ (formule de Berkson)

Souvent, dans l'intervalle d'âge 15-50 ans et pour les périodes assez courtes, la valeur de $0.5D_x$ est négligeable par rapport de C_x et on calcule le quotient de nuptialité entre *x*-ième et *(x+1)*-ième anniversaire à très peu près $n_x = \dfrac{M_x}{C_x}$

__Cette simplification permet de se passer de l'information sur les décès par âge et par état matrimonial qui n'est pas toujours disponible__



Soit le nombre de célibataire au 1er janvier 1951 égale à **234 694**

$$n_{20} = \frac{M_{20}}{C_{20}} = \frac{20724 + 17072}{234694 + 20724 - 0.5 \cdot (192 + 158)} = 0.148139$$

$$n_{20} = \frac{M_{20}}{C_{20}} = \frac{20742 + 17072}{234694 + 20724} = 0.148037$$ → la différence est faible : 0,00010

Toutefois, en France depuis 1998 l'INSEE fait l'estimation en tenant compte de la correction au nombre de décès

15

Estimation de l'âge moyen au premier mariage à partir des données d'un recensement

John Hajnal – "Age at marriage and proportions marrying", *Population Studies* vol.VII n°2 November 1953. p.11-136

'Singulate Mean Age at Marriage (SMAM)'

Le nombre d'années vécues en célibat par des personnes qui ne sont pas entrées dans le célibat définitif.

On peut calculer l'âge moyen au premier mariage pour l'intervalle d'âge 15-50 ans, s'il n'y a pas des mariages avant l'âge de15 ans : ⇨ $SMAM = \dfrac{15 + \sum_{x=15}^{49} {}_1c_x - 50 \cdot c_{50}}{1 - c_{50}}$

où ${}_nc_x = \dfrac{{}_nS_x}{{}_nP_x}$ est une proportion des célibataires dans **l'intervalle d'âge entre *x* et *x+n***

et $c_{50} = \dfrac{{}_1c_{49} + {}_1c_{50}}{2}$ la proportion des célibataire à l'âge exact de 50 ans, ou « le célibat définitif »)

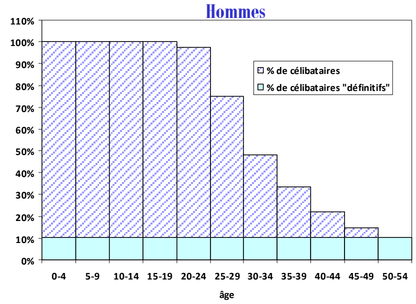
Sinon pour les groupes quinquennaux : $SMAM = \dfrac{5 \cdot \sum_{x=0}^{45} {}_5c_x - 50 \cdot c_{50}}{1 - c_{50}}$

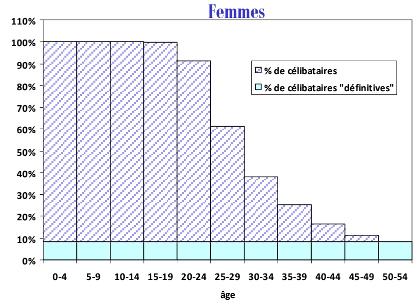
16

Illustration graphique de calcul de l'âge moyen de célibataire au mariage à partir des données de d'un recensement

France, population au 1 janvier 2000

(estimée à partir des données du recensement 1999)





Calculs à partir des données quinquennales :
SMAM = 32,35
c_{50} *= 12,56%*

Calculs à partir des données par année d'âge :
SMAM = 32,42
c_{50} *= 12,21%*

Calculs à partir des données quinquennales :
SMAM = 30,22
c_{50} *= 9,85%*

Calculs à partir des données quinquennales :
SMAM = 30,29
c_{50} *= 9,57%*

Parfois il est très utile de calculer la durée moyenne du mariage dans intervalle de l'âge 15-49 ans correspondant à la durée moyenne sous le risque de grossesse ⇒

$$\overline{\rho} = \sum_{x=15}^{49} x \cdot \frac{{}_nM_x}{{}_nPf_x} = 15{,}23$$

17

Rapport entre les proportions (mariages réduits) de première et de seconde catégories (d'après L.Henry, 1984)

Soit les mariages réduits de seconde catégorie → $m_x = \frac{M_x}{P_x - 0.5D_x} = \frac{M_x}{P_x - 0.5P_xq_x} = \frac{M_x}{P_x(1-0.5q_x)}$ (1)

les mariages réduits de première catégorie → $n_x = \frac{M_x}{C_x(1-0.5\cdot q_x^c)}$ d'où $M_x = n_x \cdot C_x(1-0.5\cdot q_x^c)$ (2)

en mettant la formule 2 dans la formule 1, on obtient

$$m_x = \frac{n_xC_x}{P_x}\cdot\frac{(1-0.5q_x^c)}{(1-0.5q_x)} \quad \text{ou} \quad m_x = n_x\cdot\frac{C_x}{P_x}\cdot\frac{(1-0.5q_x^c)}{(1-0.5q_x)} \qquad (3)$$

Sachant que $\frac{C_x}{P_x} = c_x$ est une ***proportion des célibataire à l'âge x***

Il est facile de démontrer que $c_x = \gamma_x \cdot \frac{S_x^c}{S_x}$ où **S_x** – la probabilité de survivre de la naissance à l'âge *x*
S_x^c – la probabilité de survie des célibataires de la naissance à l'âge *x*
γ_x – la probabilité de rester célibataire à l'âge x dans l'absence de la mortalité**.**

On peut ensuite transformer la formule (3) $m_x = n_x\cdot\gamma_x\cdot\frac{S_x^c\cdot(1-0.5q_x^c)}{S_x\cdot(1-0.5q_x)}$ soit $\mu_x = \gamma_x - \gamma_{x+1}$ la probabilité de se marier à l'âge x *(mariages de d'une table associée à la nuptialité)*

et comme $\mu_x = n_x\cdot\gamma_x$ on obtient $m_x = \mu_x\cdot\frac{S_x^c\cdot(1-0.5q_x^c)}{S_x\cdot(1-0.5q_x)}$ ou $m_x = \mu_x\cdot\frac{S_{x+0.5}^c}{S_{x+0.5}}$ où $S_{x+0.5}$ est la population moyenne

En raison de surmortalité des célibataires le rapport $\frac{S_{x+0.5}^c}{S_{x+0.5}} < 1$, et $m_x < \mu_x$.

Donc $1-\sum_{x=15}^{49} m_x$ donne <u>une valeur trop forte</u> pour la fréquence du célibat définitif, alors que la proportion des célibataires à 50 ans (c_x) en donne une valeur trop faible.

Si la différence de la mortalité des célibataires et l'ensemble de la population est faible $m_x \to \mu_x$. Cette condition est souvent remplie pour les femmes mais rarement pour les hommes.

18

Les tables combinées de la nuptialité et de la mortalité et les table associées à la nuptialité « pure » (nette)

Soit M^c_x – le nombre de mariage
D^c_x – le nombre de décès de célibataires
S^c_x – le nombre de célibataires à l'âge x

équation de bilan :

$$S^c_{x+1} = S^c_x - M^c_x - D^c_x$$

Cinq éléments d'une table combinée :

1. Nombre de célibataire $S_x \rightarrow S_{x+1}=S_x\,(1-s_x)$
2. Probabilité de mariage n_x
3. Probabilité de décès q_x
4. Nombre de mariage $m_x = S_x\, n_x$
5. Nombre de décès $d_x = S_x\, n_x$

Probabilités dépendantes de transition :

Probabilité de mariage → $n^c_x = \frac{M^c_x}{S_x}$ $\quad n^c_x = s^c_x \cdot \frac{M_x}{M_x + D_x}$

Probabilité de décès en célibat → $q^c_x = \frac{D^c_x}{S_x}$ $\quad q^c_x = s^c_x \cdot \frac{D_x}{M_x + D_x}$

Probabilité de sortir du célibat → $s^c_x = n^c_x + q^c_x$ $\quad s^c_x = \frac{D^c_x + M^c_x}{S_x}$

Soit β_x – la force de la nuptialité et μ_x est celle de la mortalité sur l'intervalle entre x et $x+1$

n'_x – la probabilité de se marier en absence de la mortalité → $n^/_x = 1 - e^{-\beta_x} = 1-(1-s_x)^{\frac{M_x}{M_x+D_x}}$

q'_x – la probabilité de mourir en absence de la nuptialité → $q^/_x = 1 - e^{-\mu_x} = 1-(1-s_x)^{\frac{D_x}{M_x+D_x}}$

On peut facilement démontrer le rapport entre les probabilité *dépendantes* d'une table combinée et les probabilités *indépendantes* d'une table associée à la nuptialité

$$\begin{cases} n^/_x = \dfrac{M_x}{S_x - 0{,}5 \cdot D_x} = \dfrac{n_x}{1-0{,}5 \cdot q_x} \\ q^/_x = \dfrac{D_x}{S_x - 0{,}5 \cdot M_x} = \dfrac{q_x}{1-0{,}5 \cdot b_x} \end{cases}$$

Trois éléments d'une table associée à la nuptialité « nette » :

1. Nombre de célibataires $S'_x \rightarrow S'_{x+1}=S'_x\,(1-n'_x)$
2. Probabilité de mariage n'_x
3. Nombre de mariages $m'_x = S'_x\, n'_x$

19

Dissolution des mariages

Il n'existe que trois possibilités de terminer le mariage :

- ✓*Séparation*
- ✓*Veuvage*
- ✓*Divorce*

Autrefois, quand les divorces étaient rares où interdits, l'analyse de dissolution des mariages se réduisait au l'analyse de veuvage à la base de *la combinaison des âges des époux*.

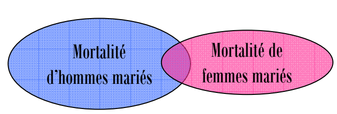
En 1768 Daniel Bernoulli (1700-1782) a publié un essai « *Sur la durée moyenne des mariages en fonction des âges des époux et sur les autres questions contiguës* » pour les époux qui se marient à l'âge de 20 ans (les deux).

Plus tard, en 1787 E. Duvillard…

Soit ${}^{Fm}q_x$ la probabilité pour une femme mariée de décéder à l'âge x
${}^{Hm}q_y$ la probabilité pour un homme marié de décéder à l'âge x
M_{xy} le nombre des couples avec la combinaison d'âge des époux x et y

Alors

$$M_{x+1\,;y+1} = M_{xy}(1- q_{xy}) = M_{xy}(1- {}^{Fm}q_x)\,(1- {}^{Hm}q_y) = M_x(1- {}^{Fm}q_x - {}^{Hm}q_y + {}^{Fm}q_x\, {}^{Hm}q_y)$$



20

Causes de dissolution et la durée moyenne des mariages

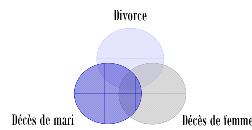
Il est plus facile de calculer les tables de dissolution des mariages *par durée de mariage*. Dans ce cas il existe une hypothèse sous-jacente que *la combinaison des âges des époux au mariage est constante* (plus exactement – la distribution et l'espérance mathématique sont constantes).

Par exemple, on peut facilement calculer le nombre de dissolutions des mariages **(d^i_x)** associées à une cause ***i***, si $d_x = M_{x+1} - M_x$

Dans ce cas on a $M_{x+1} = M_x(1-q_x) = M_x(1-{}^Fq_x)(1-{}^Hq_x)(1-{}^Dq_x)$ où ***x*** est la durée de mariage

$d_x^h = d_x \cdot \frac{q_x^h}{q_x}$ – dissolution à cause de décès du mari ;

$d_x^f = d_x \cdot \frac{q_x^f}{q_x}$ – dissolution à cause de décès de la femme ;



$d_x^d = d_x \cdot \frac{q_x^d}{q_x}$ – dissolution à cause du divorce ;

La durée moyenne d'un mariage $e_0^M = 0.5 + \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} x \cdot d_x}{\sum_{x=0}^{\omega-1} d_x}$ où ω – la durée limite des mariages.

On peut construire des tables combinées de dissolution des mariages et des tables nettes de divortialité et de veuvage

21