

Distribution des événements démographiques par âge

•Mortalité

- ajustement avec une fonction analytique: l'idée de Gompertz et son développement par Makeham, Perks, Helligmen et Pollard ;
- présentation tabulaire ou les tables type de mortalité: UN, Coale & Demeni, Ledermann ;
- modèle relationnelle de mortalité de W.Brass

•Nuptialité

- modèle empirique de Coale -McNeil

•Fécondité

- Coale-Trussell;
- modèle Gompertzien de W.Brass

1

La simplification et la réduction du nombre des hypothèses dans les projections :

Problèmes:

- La désagrégation de la population (subdivision en groupes par âge et par sexe dans lesquels la mortalité, la fécondité et la migration sont plus ou moins homogènes) permet de d'obtenir une représentation précise d'un phénomène étudié, mais *la multiplication des séries de nombres est encombrante*.
- L'application de la méthode des composants demande des taux de fécondité, de mortalité et de migration par âge et par sexe pour chaque intervalle de la période de projection, par conséquent *le nombre des hypothèses se multiple*.

Solution plausible – la modélisation :

- Construire un modèle est d'associer, ou de mettre en correspondance, les distributions des taux par âge avec le nombre réduit (un, deux ou trois) des paramètres.
- Le modèle représente le standard des distributions des taux (des risques) par âge, puisque il se base toujours sur l'expérience de plusieurs populations pour lesquelles les données sont de bonne qualité.

2

Les autres utilités des modèles:

1. Evaluation de qualité des données et la réparation des données déficientes:

- ✓ La comparaison avec le modèle permet de repérer les particularités des données observées y compris celles liées aux erreurs d'enregistrement.
- ✓ Le modèle permet de lisser (réparer) les données non régulières ou remplir des lacunes dans les observations.

2. Estimation indirecte des indicateurs démographiques:

- ✓ En faisant le recoure à des méthodes statistiques il est plus facile d'estimer un ou deux que plusieurs paramètres.

3. Etudes des facteurs de l'évolution démographique:

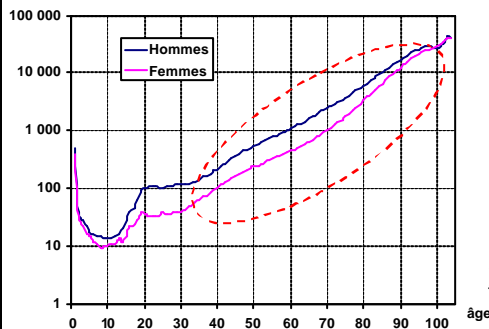
- ✓ L'interprétation des paramètres de modèles démographiques est le plus souvent transparente et sans équivoque.
- ✓ La dynamique des valeurs d'un paramètre illustre l'évolution du comportement démographique.

3

I. Approche mathématique: le risque est une fonction de l'âge

La formule de Gompertz-Makeham

Probabilité de mourir
(France, 2000-2002)



Gompertz, 1825: $m(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$

à partir de l'âge ~40 ans le logarithme du taux de mortalité est une fonction linéaire de l'âge

$$\ln[m(x)] = \ln a + b \cdot x$$

α – est le paramètre de l'espérance de vie « naturelle »

β – est le paramètre la vitesse de extinction

Makeham, 1860: $m(x) = a \cdot e^{b \cdot x} + g$

où ? – paramètre qui détermine l'influence des facteurs de la mortalité « exogène » (accidents, infection etc.)

$$\ln S_x = a + b \cdot c^x$$

4

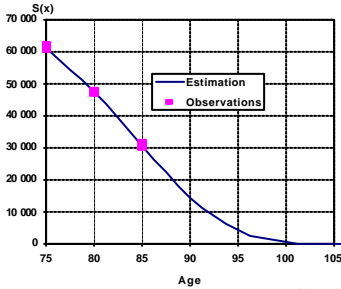
Application de la formule de Gompertz pour clôturer les table la mortalité

$$m(x) = a \cdot e^{b \cdot x} \quad \Rightarrow \quad S(x) = C \cdot a^{-b^x}$$

On peut estimer les paramètres C, a et b à partir de trois valeurs de la table de mortalité.

$$b = \left[\frac{\ln \frac{S(x+2n)}{S(x+n)}}{\ln \frac{S(x+n)}{S(x)}} \right]^{\frac{1}{n}} ; \quad a = \exp \left(\frac{\ln \frac{S(x+n)}{S(x)}}{b^x \cdot (b^n - 1)} \right) ; \quad C = S(x) \cdot \exp(-b^x \cdot \ln a)$$

Exemple: France, table de mortalité 2000-2002



$$b = \left[\frac{\ln \frac{S(85)}{S(80)}}{\ln \frac{S(80)}{S(75)}} \right]^{\frac{1}{5}} = 0,999886$$

$$a = \exp \left(\frac{\ln \frac{S(80)}{S(75)}}{b^{75} \cdot (b^5 - 1)} \right) = 1,113403$$

x	S(x)	S(x)
75	61250	61250
80	47391	47391
85	30554	30554
90		14418
95		3988
100		442
105		10
110		0,5

$$C = S(75) \cdot \exp(-b^{75} \cdot \ln a) = 87860,06$$

Mortalité aux âge très élevés

On observe qu'aux âge très élevés la croissance de la mortalité ralentit avec au fur et à mesure de l'augmentation de l'âge

Perks W. (1932) – "On Some Experiments in the Graduation of Mortality Statistics" *Journal of the Institute of Actuaries*, 109, p.225-240

Vaupel J.W., K.S.Manton and E.Sallard (1979) – "The impact of heterogeneity in Individual Frailty on the Dynamic of Mortality" *Demography*, Vol.16, no.3, p.439-454

Horiuchi, Shiro and A.J.Coale (1990) – "Age patterns of Mortality for Older Women: An Analysis Using the Age-specific Rate of Mortality Change with Age" *Mathematical Population Studies*. Vol.2, no.4, p.245-267

Solution de Perks: recours à un modèle **logistique** : $m(x) = \frac{b \cdot g^x}{1 + b \cdot g^x}$

Alors le complément de taux de mortalité $1 - m(x) = \frac{1}{1 + b \cdot g^x}$ d'où

$$\frac{m(x)}{1 - m(x)} = b \cdot g^x \Rightarrow \text{donc logit de } m(x) \left[\ln \left[\frac{m(x)}{1 - m(x)} \right] \right] = a \cdot x \quad \text{fonction linéaire de l'âge}$$

logit de $m(x)$ 6

Mortalité aux âges très jeunes

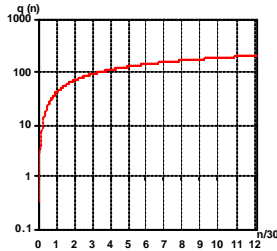
Aux âges précoces la mortalité diminue rapidement avec l'augmentation de l'âge

Bourgeois-Pichat J. (1946) – « De la mesure de la mortalité infantile » *Population*, Vol.1, N°1, p.53-68

Bourgeois-Pichat J. (1951) – « La mesure de la mortalité infantile. II, Les causes de décès » *Population*, Vol.6, N°3, p.459-480

Lantoin C., et R.Pressat (1984) – « Nouveaux aspects de la mortalité infantile » *Population*, Vol.39, N°2, p.253-264

Solution de Bourgeois-Pichat : décomposition de la mortalité infantile en mortalité « endogène » et « exogène »



$$q(n) = a + b \cdot [\ln(n + 1)]^3$$

- a – mortalité exogène (accidents, infections etc.)
- b – paramètre de la mortalité « endogène » dépendant de l'âge en jours
- n – l'âge en jours

7

Modèle général de la mortalité

Heligmen L. and H.Pollard (1980) – “The Age Patterns of Mortality” *Journal of the Institute of Actuaries*. Vol.107, Part 1, no 434, p.49-80

Solution de Heligmen and Pollard: modèle composé de trois courbes et à huit paramètres

C < 0, le premier composant diminue rapidement.

Le deuxième composant gère la surmortalité accidentelle et maternelle

Le troisième composant a la même nature que la formule logistique pour les âges élevés

$$\frac{{}_1q_x}{{}_1p_x} = A^{(x+B)^C} + D \cdot e^{-E(\ln x - \ln F)^2} + G \cdot H^x$$

Il est aussi possible de décrire la mortalité ainsi, mais dans ce cas q_x peut théoriquement, mais jamais en pratique dépasser 1

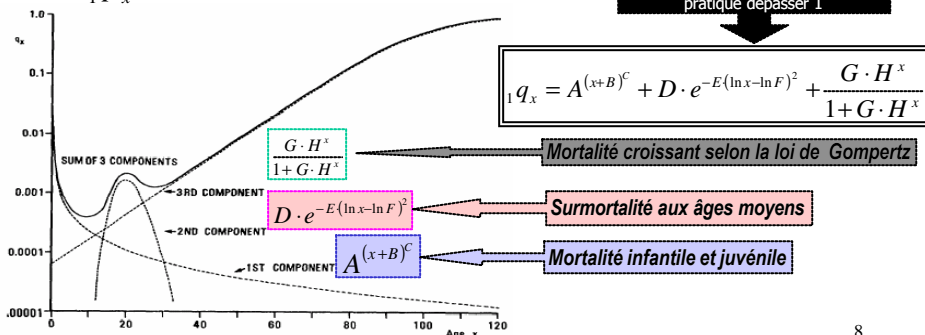


Figure 1. The graduated q_x curve and its three components: Australian national mortality, 1970-72 (males)

8

II. Modèles tabulaires: tables types

1. Table type de mortalité des Nations Unies, 1955: modèle avec un seul paramètre

United Nations (1955) – *Age and Sex Patterns of Mortality: Model Life Tables for Underdeveloped Countries*. NY

Données de base: 158 tables de mortalité des pays en développement (mauvaise qualité des données)

Principe de construction: équations récurrentes ou les calculs en chaîne $\rightarrow {}_5q_x$ (probabilité de mourir entre l'âge x et $x+5$) est la fonction quadratique de ${}_5q_{x-5}$ à l'exception de ${}_1q_0$ et ${}_4q_5$

+ **Avantage:** simplification des hypothèses, modèle avec une seule entrée (mortalité infantile: ${}_1q_0 \rightarrow {}_4q_5 \rightarrow {}_5q_{10}$ etc.)

– **Désavantage:** biais systématique (erreur moyenne $\neq 0$) ou la reproduction de l'erreur initial à cause des calculs en chaîne.

9

2. Table type de mortalité régionales de Coale–Demeny, 1966 et 1983: modèle avec deux entrées

Coale A.J. and P.Demeny (1966) – *Regional Model Life Tables and Stable Population*. Princeton. Princeton University Press

Coale A.J. and P.Demeny with B.Vaughan (1983) – *Regional Model Life Tables and Stable Population*. NY, Academic Press

Données de base: initialement 326 tables de décès par sexe et la population au recensement par âge et par sexe, 192 tables de mortalité sélectionnées d'après étude visuelle de la dispersion des ${}_5q_x$

Principe de construction: classification des tables selon la similarité des structures des taux de mortalité par âge (plus exactement – selon la similarité des distributions de la probabilité de mourir).

1e étape: pour chaque âge tous les valeurs de ${}_nq_x$ ont été ordonnées

2e étape: pour chaque rang de ${}_nq_x$ les tables de mortalité type ont été préliminairement construites.

3e étape: chaque table initiale a été comparée avec la table type préliminaire ayant à peu près le même niveau de mortalité générale (e_0) et les tables défailtantes ont été rejetées

4e étape: 192 tables sélectionnées ont été réparties en 4 groupes selon la similarité des distributions des survivants

10

Particularités de la mortalité régionale dans les tables type de Coale-Demeny.

Type « Nord »

Donnée de base: 9 tables en provenance de Suède (avant 1920), de Norvège et d'Islande

Particularités: la mortalité infantile et la mortalité aux âges très élevés sont relativement basse

Type « Sud »

Donnée de base: 22 tables en provenance d'Espagne, du Portugal et d'Italie méridionale

Particularités: la mortalité avant l'âge de 5 ans et après l'âge de 65 est élevée, mais la mortalité dans l'intervalle d'âge 40-60 ans est faible.

Type « Est »

Donnée de base: 31 tables en provenance d'Allemagne, d'Autriche, de Tchécoslovaquie du Nord de l'Italie, d'Hongrie et de Pologne

Particularités: la mortalité infantile et après l'âge de 50 ans est très élevée.

Type « Ouest »

Donnée de base: toutes les autres tables (130) de l'Europe de l'Ouest, des populations européennes d'outre-mer, de Japon (milieu de 20e siècle) et de Taiwan

Particularités: il n'y a pas des déviations substantielles.

11

Sélection d'une table de mortalité dans les tables la mortalité type régionales de Coale-Demeny.

1 entrée: Choisir la famille des table (Nord, Sud, Est, sinon – Ouest) à partir de l'analyse de la mortalité par âge.

2 entrée: Choisir le niveau de mortalité à partir de l'espérance de vie à l'âge 10 ans (e_{10})

24 niveau de mortalité dans chaque famille

Niveau 1 $\rightarrow e_{10}=20,0$

Niveau 2 $\rightarrow e_{10} = 22,5$ (niveau 1 + 2,5)

Niveau 3 $\rightarrow e_{10} = 25,0$ (niveau 1 + 2,5)

.....

Niveau 24 $\rightarrow e_{10} = 77,5$ (niveau 23 + 2,5)

12

3. Tables type de Ledermann

Ledermann, S. et J.Breas (1959) – «Les dimensions de la mortalité» *Population*, vol.14, N°4, p.637-682

Ledermann, Sully (1969) – *Nouvelles tables-types de Mortalité*. INED, Travaux et Document, cahier N° 53. Paris PUF.

Données de base: 154 tables de mortalité (pratiquement la même base que les NU ont utilisée pour les tables type 1955)

Principe de construction: analyse factorielle (analyse des composants principaux), modèle de régressions avec un ou deux paramètres, et sept ou cinq variables indépendantes (entrées) respectivement.

+ **Avantage:** flexibilité extrême du modèle grâce à la multitude des variables indépendantes, moyens statistiques d'évaluation de la magnitude de la divergence entre valeurs observées et celles estimées

– **Désavantage:** les relations dures entre la mortalité féminine et celle masculine (p.ex. impossible scénario où $e_0^h > e_0^f$)
Il est souvent difficile d'estimer les variables faute des données nécessaires

13

Tables type de Ledermann (suite)

5 facteurs principaux:

- I. Le niveau de la mortalité générale
- II. Le rapport entre la mortalité juvénile et la mortalité des adultes
- III. La structure de la mortalité par âge aux âges élevés
- IV. La mortalité juvénile (dans l'intervalle d'âge 0-5 ans)
- V. La divergence de la mortalité par sexes

Expliquent
90%
de la
dispersion

Modèle
factoriel

Modèle basé sur l'analyse de régression

Modèle à un paramètre:

$$\ln {}_5q_x = a_0(x) + a_1(x) \cdot \ln Q$$

Variables indépendantes: e_0 , $1q_0$, $5q_0$, $15q_0$, $20q_{30}$, $20q_{45}$, m_{50+}

Modèle à deux paramètres:

$$\ln {}_5q_x = b_0(x) + b_1(x) \cdot \ln Q_1 + b_2(x) \cdot \ln Q_2$$

Variables indépendantes en couple: $5q_0$ et $20q_{45}$; $15q_0$ et $20q_{30}$; $15q_0$ et m_{50+}

Toutes les variables indépendantes se réfèrent à chaque sexe à l'exception de $20q_{30}$ qui se réfère à la mortalité féminine uniquement.

14

5. Modèle relationnel de mortalité de W.Brass

Brass, Williame – “On the Scale of Mortality” in W.Brass, ed. *Biological Aspects of Demography*. London: Taylor and Francis Lmt; NY: Barnes & Noble Inc.1971, p.69-110

La base théorique: la logit-transformation de $q(x)$, la probabilité de mourir avant l'âge x

$$\text{logit}[q(x)] = \frac{1}{2} \cdot \ln \left[\frac{q(x)}{1-q(x)} \right] \quad \text{où} \quad 0 \leq q(x) \leq 1 \quad \text{et} \quad -\infty \leq \text{logit}[q(x)] \leq +\infty$$

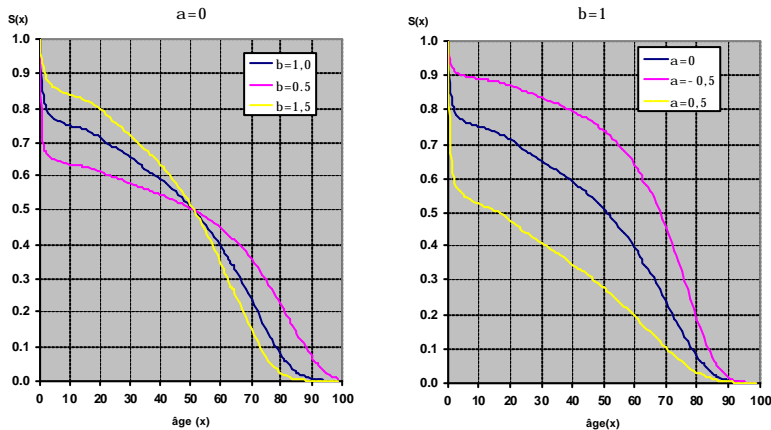
Soit $\text{logit}[q(x)] = Y(x)$ alors \hat{Y} la prédiction de la valeur de $Y(x)$ entre -8 et +8 permet de prédire la valeur de $q(x)$

$$\text{Donc} \quad \hat{q}(x) = \frac{\exp(2\hat{Y}(x))}{1 + \exp(2\hat{Y}(x))} \quad \text{et} \quad \hat{p}(x) = 1 - \hat{q}(x) = \frac{1}{1 + \exp(2\hat{Y}(x))}$$

Modèle de Brass $\hat{Y}(x) = a + b \cdot Y^s(x)$ où $Y^s(x)$ – un standard quelconque

15

Tables de mortalité construites à partir de logit système (standard général de Brass)



Application pour les projections:

1. Choisir le standard (critères: la qualité des données et similarité avec la population à projeter)
2. Analyser la dynamique des paramètres α et β (tendance, régression, etc.)
3. Calculer les tables de mortalité

16

4. Nouvelles tables type des Nations Unies pour les pays en voie de développement (1982)

United Nations (1982) – *Model Life Tables for Developing Countries*. NY, United Nations, Population Studies, no. 77

Données de base: initialement 286 (143+143) tables de mortalité (54 – Afrique, 50 – Amérique Latine, 39 – Asie), après la sélection seulement 72 tables ont été retenues (dont une de l'Afrique – Tunisie)

Principe de construction: sélection et classification des tables en appliquant la procédure de Coale-Demeny, analyse de composants principaux et approche relationnelle de W.Brass pour déterminer les paramètres du modèle dans chaque classe (cluster).

Structure: 4 familles de tables régionales sont retenues; elles sont dérivées du modèle à un paramètre ($k=1$) avec e_{10} comme entrée unique et la possibilité de modifier le scénario de mortalité en modifiant les autres paramètres du modèle de base.

$$\logit_n q_x = U_{0x}^C + \sum_{i=1}^k a_i \cdot U_{ix}^C$$

U_{0x}^C – le standard ou la moyenne pour la famille C
 U_{ix}^C – les caractéristiques de la déviation du standard C
 a_i – l'ampleur de la déviation du standard 17

Particularités de la mortalité régionale dans les tables type de Nations Unies 1983

Type « Amérique Latine »

Donnée de base: Tables en provenance de l'Amérique Latine, Philippines, Sri Lanka et Thaïlande

Particularités: la mortalité juvénile et la mortalité des jeunes adultes sont extrêmement hautes, en revanche la mortalité infantile et la mortalité aux âges élevés est relativement basse

Type « Chili »

Donnée de base: Chili (1950, 1960, 1970)

Particularités: la mortalité infantile est très élevée à cause (probablement) des maladies respiratoires

Type « Asie du Sud »

Donnée de base: Tables en provenance des pays d'Asie du Sud, d'Asie de l'Ouest et de Tunisie

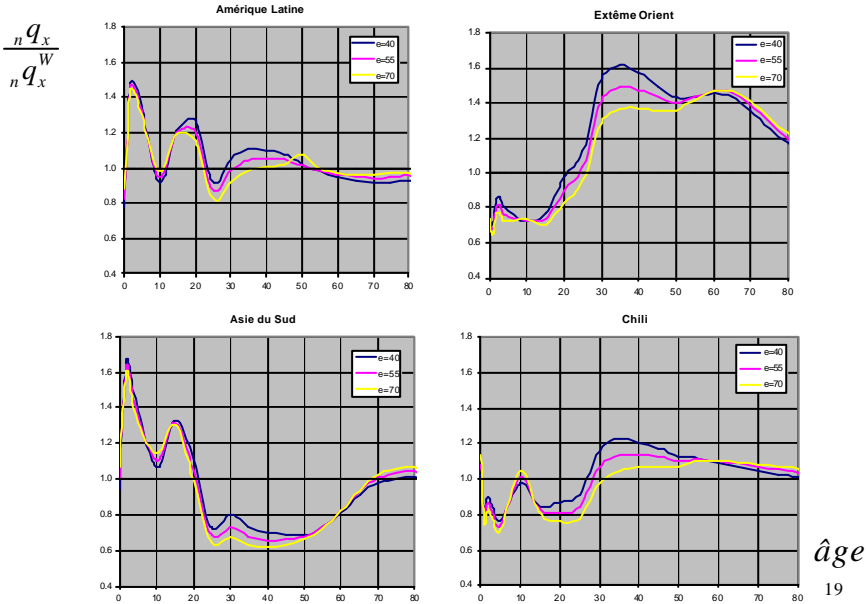
Particularités: la mortalité est forte aux âges jeunes et aux âges élevés

Type « Extrême Orient »

Donnée de base: Tables en provenance des pays d'Asie de l'Est mais aussi de la Malaisie, de la Guyane et de Trinidad et Tobago

Particularités: la mortalité est forte après l'âge 40 et surtout parmi les personnes âgées, probablement à cause de la tuberculose et de l'hépatite B.

**Particularité de la mortalité régionale de table type des NU 1982
par rapport aux tables « Ouest » de C.-D.1983 (niveau 9, 15, 21)**



La nuptialité par âge (modèle relationnel de Coale-McNeil)

Coale, A.J.(1971) – “Age Patterns of Marriage”. *Population Studies*. Vol.25, no. 2, p.193-214

Coale, A.J. and D.R McNeil (1972) – “The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort” *Journal of American Statistical Association*, Vol. 67, no. 340, p.743-749

John Hajnal (1953) – “Age at marriage and proportions marrying”, *Population Studies* vol. VII no.2, p.11-136

Idée: la primo-nuptialité par âge dérive d’un schéma standard (« nuptialité naturelle »)
la formule empirique de la nuptialité « standard » (densité des premiers mariage en Suède, 1865-1869)

$$g^s(x) = 0,19465 \cdot e^{-0,174(x-6,06)} - e^{-0,288(x-6,606)}$$

Modèle relationnel:

$$G(a) = \Theta \cdot G^s(a) \cdot \left(\frac{a - a_0}{k} \right)$$

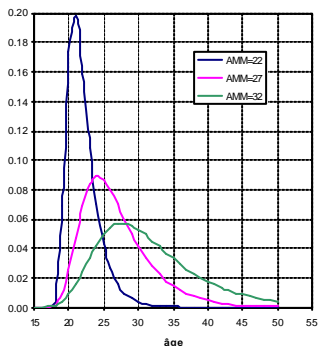
- G(a) – la proportion de non célibataire dans la population observée
- a_0 – âge de début de la nuptialité (~1% de femmes se mariant)
- k – la vitesse de la nuptialité (combien d’années de la nuptialité de la population observée correspondent à une année de la nuptialité standard)
- Θ – le facteur d’échelle représentant la proportion définitive de non célibataire ($\Theta = 1 - C$ où C est le célibataire définitive)

Application du modèle

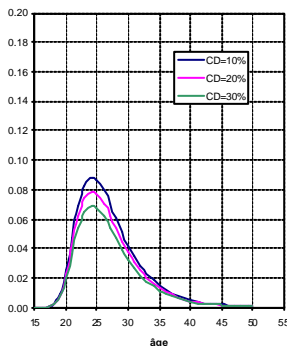
$$g(a) = \frac{0,1946 \cdot \Theta}{k} \cdot e^{\frac{-0,174}{k}(a-a_0-6,06 \cdot k) - \frac{-0,288}{k}(a-a_0-6,06k)}$$

Illustration: Changement de la densité des premiers mariage en fonction de niveau du célibat définitif et de l'âge moyen de primo-nuptialité

1. Célibat définitif (CD)=10%
a₀=18



2. Age moyenne au mariage (AMM)=27; a₀=18



Définition de κ

$$m = \int_0^{\infty} a \cdot G(a) da = a_0 + 11,36 \cdot k$$

μ - âge moyen au premier mariage

donc

$$k = \frac{m - a_0}{11,37}$$

et aussi la variance des âge au mariage :

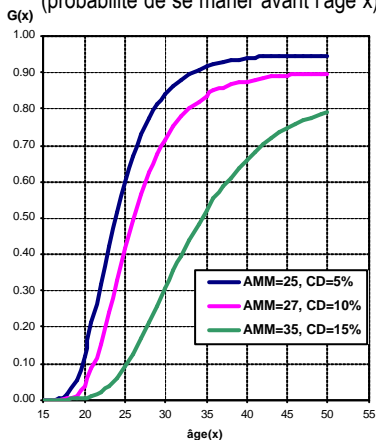
$$s^2 = \int_0^{\infty} (a - m)^2 \cdot G(a) da = 43,34 \cdot k$$

21

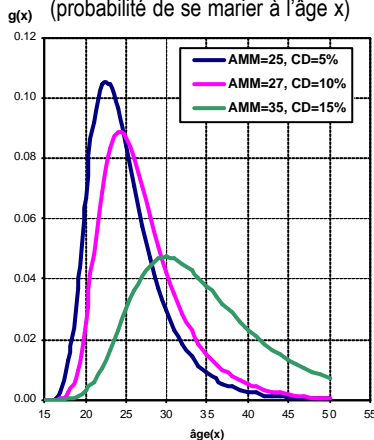
Application du modèle pour la projection:

Divers scénarios des changements de la nuptialité appliqués à la projection.

Distribution de premiers mariage
(probabilité de se marier avant l'âge x)



Densité des premiers mariage
(probabilité de se marier à l'âge x)



AMM – âge moyen au premier mariage; CD – célibat définitif (proportion de célibataire à l'âge 50 ans)

La fécondité par âge (modèles relationnels de Coale-Trussell et de W.Brass)

Henry, L. (1961) – “Some Data on Natural Fertility” *Eugenics Quarterly*, Vol. 8, no. 2, p.81-91

Coale, A.J. and J.Trussell (1974) – “Model Fertility Schedules: Variation in the Age Structure of Childbearing in Human Populations”, *Population Index*, Vol.40, no. 2, p.185-258

Brass W. (1978) – *The Relational Gompertz Model of Fertility by Age of Women*. London School of Hygiene and Tropical Medicine, (polycopie)

Booth, H. (1984) – “Transforming the Gompertz for Fertility Analysis: The Development of Standard for Relational Gompertz”, *Population Studies*, Vol. 32, no. 3, p.495-506

S’il n’y pas de fécondité hors mariage, alors:

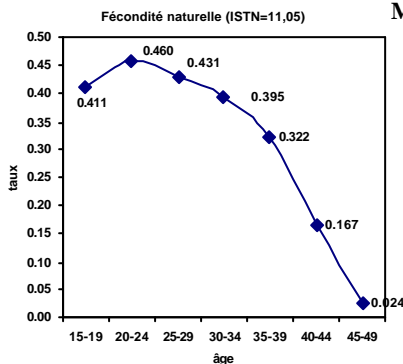
$$f(a) = G(a) \cdot \mathbf{f}(a)$$

où $f(a)$ – taux de fécondité (densité)
 $G(a)$ – proportion de femmes mariées (distribution)
 $\mathbf{f}(a)$ – taux de fécondité en mariage (densité)

Modèle de fécondité de Coale–Trussell:

La base empirique: les taux de fécondité en mariage par âge dans 43 populations avec le contrôle de la fécondité

L’hypothèse théorique: la fécondité observée est la déviation de la fécondité naturelle sous l’influence du contrôle des naissance (planification familiale)



Modèle à deux paramètres et à deux standards

$$\mathbf{f}(a) = M \cdot n(a) \cdot e^{m u(a)}$$

où

$\mathbf{f}(a)$ – taux de fécondité en mariage (observation)

$n(a)$ – taux de fécondité naturelle (*standard*)

$u(a)$ – (upsilon) déviation *standard* de la fécondité naturelle (la même pour plusieurs population)

M – paramètre du niveau de fécondité

m – paramètre du niveau de la limitation volontaire des naissance

Estimation des paramètres du modèle Coale-Trussell: méthode simple

Fonctions standard empiriques du modèle

Age	n(a)	u(a)
15-19	0.411	0
20-24	0.460	0
25-29	0.431	-0.279
30-34	0.395	-0.667
35-39	0.322	-1.042
40-44	0.167	-1.414
45-49	0.024	-1.671
ISF	11.050	

$$\ln \frac{f(a)}{n(a)} = \ln M + m \cdot u(a)$$

Age	f(a)	u(a)	Ln[f(a)/n(a)]
20-24	0.350	0	-0.273
25-29	0.313	-0.279	-0.320
30-34	0.254	-0.667	-0.442
35-39	0.212	-1.042	-0.418
40-44	0.095	-1.414	-0.564

$$M = \frac{f(20-24)}{n(20-24)}$$

le rapport de la fécondité observée à la fécondité naturelle à l'âge 20-24

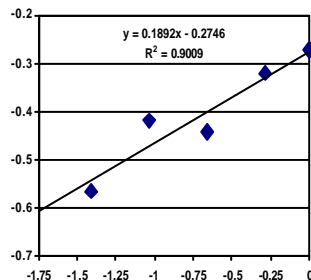
$$m = \frac{1}{5} \cdot \sum_{a=25-29} \frac{\ln \frac{f(a)}{M \cdot n(a)}}{u(a)}$$

la moyenne arithmétique des déviations du standard u(a) aux âges après 25 ans

sinon, comme les paramètres de la régression en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO)

Estimation de M et m avec la méthode de MCO

$$\ln M = 0,275 \rightarrow M = 0,760 \quad m = 0,189$$



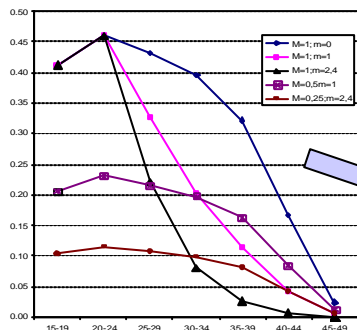
Interprétation:

Le niveau de la fécondité à l'âge 20-24 est 76% de la fécondité naturelle et la structure de la fécondité par âge se diffère peu de celle de la fécondité naturelle

25

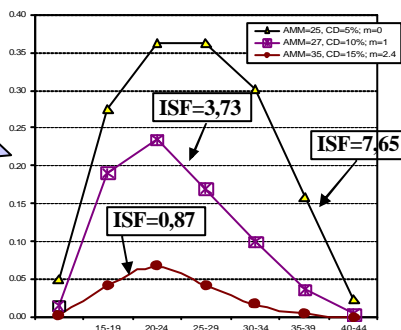
Application du modèle Coale-Trussell pour la projection :

Taux de fécondité en mariage à partir du modèle



$$f(x) = G(x) \cdot f(x) \quad G(x) - \text{la proportion de non célibataires à l'âge } x$$

Taux de fécondité à partir des modèles de nuptialité et de fécondité



Ce modèle présente le recours à la contraception pour limiter le nombre des naissances (la parité), mais non pour l'espacez les naissances (s'applique mal aux changements du calendrier)

26

Modèle relationnel gompertzien de W.Brass

➤ Réduire le nombre des paramètres de trois (modèle de Coale-Trussell) à deux

$F(x) \rightarrow$ Taux de fécondité cumulée à l'âge exacte x et

$TF \rightarrow$ La descendance finale

Idée de W. Brass: la structure de la fécondité atteinte à l'âge x suit la distribution de la fonction de Gompertz

$$\frac{F(x)}{TF} = e^{A \cdot Bx} \rightarrow \frac{\sum_{x=15}^x f(x)}{\sum_{x=15}^{50} f(x)} = \exp[A \cdot \exp(B \cdot x)]$$

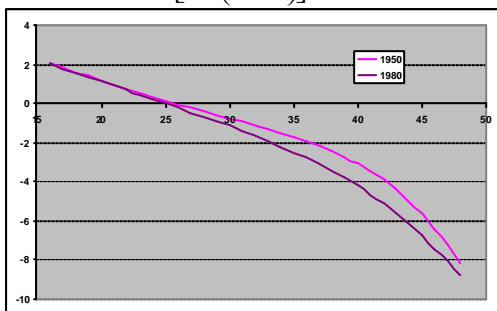
27

Modèle de Brass (suite)

h (éta) – transformation de l'équation initiale : $\frac{F(x)}{TF} = \exp[A \cdot \exp(B \cdot x)]$

1^{ère} étape: $\ln\left(\frac{F(x)}{TF}\right) = A \cdot \exp(B \cdot x)$

2^e étape: $\ln\left[-\ln\left(\frac{F(x)}{TF}\right)\right] = \ln(-A) + B \cdot x \rightarrow h[F(x)] = \ln(-A) + B \cdot x$



$$h[F(x)] = a + b \cdot h[F^s(x)]$$

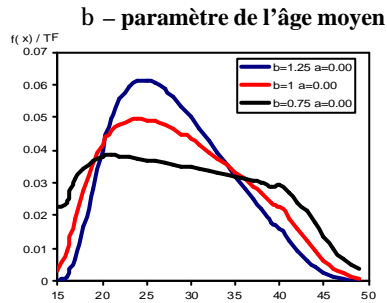
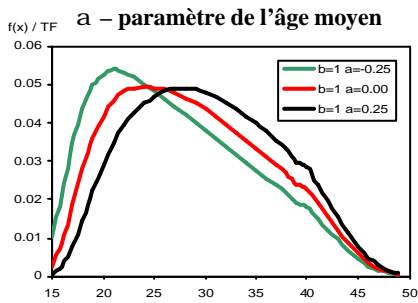
où

$F^s(x) \rightarrow$ fécondité standard

η - transformation du schéma de fécondité observé est la fonction linéaire de la η - transformation du schéma de fécondité standard

28

Application pour la projection:



Etapes de travail :

1. Trouvez la fécondité standard
2. Estimez les paramètres α et β pour voir leur tendance
3. Formulez les hypothèses sur les changements de α et β
4. Estimez la distribution de la fécondité par âge à partir des valeurs α et β
5. Formulez les hypothèses sur la dynamique de l'ISF
6. Calculez des taux de fécondité par âge pour la projection

29

Conclusions:

Que est-ce qu'il faut pour la projection :

- Période pour la projection
- Point de départ
- Méthode
- Hypothèse(s) → Hypothèse empirique
- Spécification des hypothèses (traduction)
- Choix d'un modèle
- Estimation des paramètres du modèle
- Indicateur(s) avec la dynamique stable ou avec une telle dynamique que l'on peut facilement décrire (formaliser).
- Données :

30

Projections et Prévisions

La question de réalisme :

Prévisions => les hypothèses les plus réalistes que possible.

Projections = Perspectives => les hypothèses moins réalistes pour démontrer les conséquences de la dynamique observée.

L'horizon de projection :

Courte terme => 5 ans ou moins

Moyenne terme => 5-20 ans

Longue terme => plus de 20 ans

31

Type de projection et hypothèses

Selon le nombre des variables :

- ✓ Les projections avec une seule variable
- ✓ Les projections avec plusieurs variables

Selon le nombre des variantes :

- ✓ une seule variante (une seule hypothèse)
- ✓ plusieurs variantes (plusieurs hypothèses : variante minimale, moyenne et maximale)

Les hypothèses sur :

Fécondité
Mortalité
Migration
Nuptialité

On peut projeter :

- Population (effectif, structure par sexe et par âge etc.)
- Population des ménages (chef de ménage, taille de ménage)
- Groupe de la population (effectif scolaire, les malades, les actifs etc.)
- Evénements (naissances, décès, migration)

Les approches méthodologiques pour

Méthodes de projection :

1. Statistiques => et
 2. Mathématiques => la valeur à prévoir est décrite comme une fonction unique de temps (taux d'accroissement est la fonction du temps)
 3. Composants => la valeur à prévoir est le résultat des changements de tous ses composants
 4. Causale => la valeur à prévoir est la variable dépendante dans une équation économétrique qui lie cette valeur avec les valeurs des déterminantes
- <http://www.whole-systems.org>

Le choix des hypothèses s'effectue à la base de

- l'analogie historique (par analogie avec un pays considéré « avancé »)
- les tendances observées (extrapolation) /il y a des limites évidentes : par exemple la baisse de la fécondité jusqu'au zéro ; ou la croissance de la mortalité due au SIDA jusqu'à l'extinction de la population
- des scénarios particuliers pour chaque des caractéristiques (fécondité, mortalité etc.)
- la téléologie (par exemple : l'élimination d'une des causes de décès ou la croissance de la fécondité due à la politique familiale etc.)
- les opinions des experts (à la base d'une enquête auprès des expertes : le choix des expert, évaluation du niveau de la compétence etc.)