

Projection démographique

DESS de démographie: 2004-2005;
Master de démographie (M3) : 2005-2006
Master de démographie (M3) : 2006-2007

Manuels

- ✓ **Henry, Louis** – *Perspectives démographiques*. 2e édition, revue et augmentée. INED, 1973.
- ✓ **G.Caselli, J.Vallin et G.Wunsch** (sous la direction de) — *Démographie: analyse et synthèse* V^{ème} volume: *Histoire du peuplement et prévision*. Édition de l'INED, 2004, p.251-443
- ✓ **Bonneuil, Noël** – *Introduction à la modélisation démographique*. Édition Armand Colin, 1997.
- ✓ **Preston S.H., P. Heuveline and M. Guillot** – *Demography. Measuring and Modeling Population Processes*. Blackwell Publishers, 2001. (Chapter 6: “Population Projection”) p.117-137
- ✓ **Nations Unies** – *Manual X. Indirect techniques for demographic estimation*. UN, New York, 1983 (Department of International Economic and Social Affairs. Population Studies, No. 81; ST/ESA/SER.A/81)
- ✓ **Spectrum** Software – Futures Group : <http://www.futuresgroup.com/Company.cfm>

Les ouvrages et les articles originaux

- *Les projections démographiques*. Actes du VIII^e Colloque National de Démographies, Tome I et Tome II, INED, Caher « Travaux et Documents » n°116 et n°122, PUF, 1987 et 1988.
- **Whelpton, P.K.** – “Population of the United States, 1925-1975” *The American Journal of Sociology*, 1928, Vol.34, p.253-270
- **Whelpton, P.K.** – “An Empirical Method for Calculating Future Population” *Journal of American Statistical Association*, 1936, Vol.31, p.457-473
- **Leslie P. H.** – “On the use of matrices in certain population mathematics.” *Biometrika*, vol. 33, part III, 1946, p. 183-212.
- **Lotka, Alfred and F. R. Sharpe** – “A problem in age-distribution” *Philosophical Magazine*, vol.21, no 124 (April 1911), p.435-438
- **Coale, Ansly J.** – *The Growth and Structure of Human Population: A Mathematical Investigation* Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1972
- **Coale, Ansly J.** – “Age Patterns of Marriage” *Population Studies*, vol. XXV, no 2, (July 1971), p.193-214

Pour commencer

Calculs de l'effectif de la population stable

Problème:

En moyenne 40 enfants sont nés chaque jour dans les maternités d'une grande ville, dont 5% quittent la maternité durant 24 heures après la naissance. Parmi ceux qui restent, 10% quittent la maternité à l'âge d'un jour révolu. La moitié des enfants, qui ne sont pas sortis de la maternité pendant deux premiers jours après la naissance, quittent la maternité durant le troisième jour de leur vie. Les trois quarts du reste quittent la maternité à l'âge de trois jours révolus. Tous les autres sortent de la maternité avant l'âge de cinq jours.

Combien de lits faut-il avoir dans les maternités pour accueillir les nouveaux-nés dans cette ville ?

La réponse est simple: il faut calculer

L'effectif moyen de la journée

jour après la naissance (de vie)	Nombre d'enfants	% de partants	Population moyenne de la journée	Nombre de sortants
a	S_a	q_a	T_a	$D_a = S_a \times q_a$
1	40	5%	39	2.0
2	38	10%	36.1	3.8
3	34.2	50%	25.65	17.1
4	17.1	75%	10.6875	12.825
5	4.275	100%	2.1375	4.275
6	0		0	0
----	----	Somme =	113.575	40.0

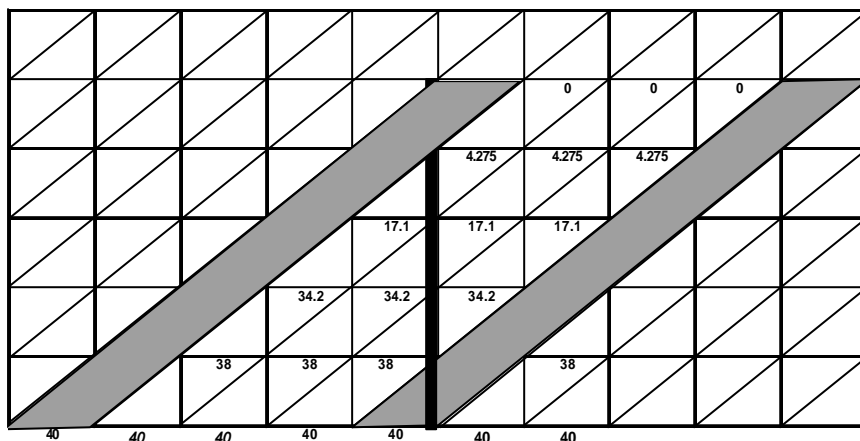
Donc l'effectif de la population stationnaire d'une journée est 114

5

Effectif de la population stationnaire

Calculs (expliquez la formule):

$$(\text{ligne AB}) = 0.5(40+0)+38+34.2+17.1+4.275=113.6$$



6

Table de mortalité: solution générale

jours de vie	age révolu	S_x	d_x	q_x	L_x	T_x	e_x
1	0	100	5	0,05	97,50	283,94	2,839
2	1	95	9,5	0,1	90,25	186,44	1,963
3	2	85,5	42,75	0,5	64,13	96,19	1,125
4	3	42,75	32,06	0,75	26,72	32,06	0,750
5	4	10,69	10,69	1	5,34	5,34	0,500

Si 100 enfants passent 284 jours dans la maternité, combien de jours y passent 40 enfant?

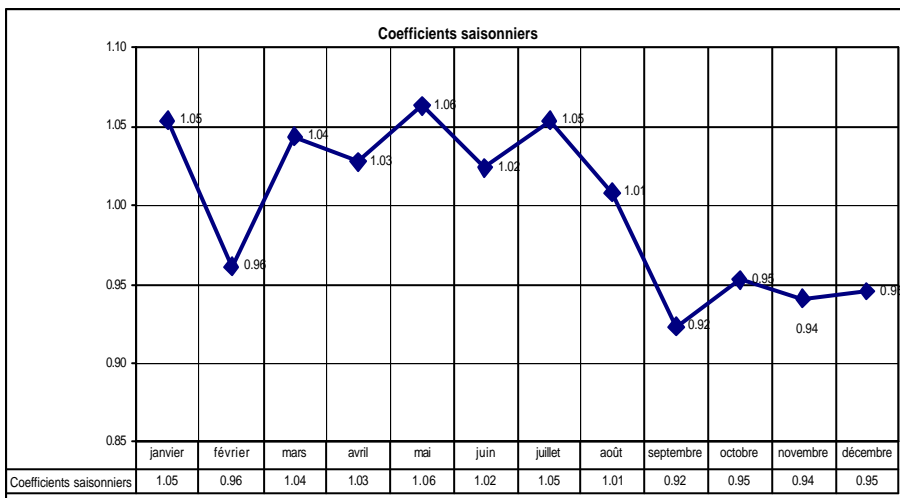
$$284 \times \frac{40}{100} = 113,6 \cong 114$$

Un enfant passe dans une maternité **2,84** jours après sa naissance (cela corresponde à « e_0 » d'une table de mortalité), 40 enfants y passent $2,84 \times 40 = 113,6$ jours

7

Condition supplémentaire : fluctuations saisonnières

La distribution des naissances par mois a révélé la présence de la saisonnalité suivante :



On a $40 \times 365 = 14\ 600$ naissances annuelles en moyenne qui sont réparties selon les mois. En tenant compte de la saisonnalité de naissances et du nombre de jours par mois on peut corriger notre estimation.

Ajustement à la saisonnalité

Mois	Coefficient saisonnier	Nombre moyen de naissance	Nombre de jours	Nombre moyen journalier de naissance	Nombre moyen journalier de lits
janvier	1.05	1282.31	31	41.36	118
février	0.96	1170.17	28	41.79	119
mars	1.04	1270.06	31	40.97	117
avril	1.03	1250.81	30	41.69	119
mai	1.06	1293.79	31	41.74	119
juin	1.02	1245.77	30	41.53	118
juillet	1.05	1282.03	31	41.36	118
août	1.01	1227.08	31	39.58	113
septembre	0.92	1123.48	30	37.45	107
octobre	0.95	1159.18	31	37.39	107
novembre	0.94	1144.76	30	38.16	109
décembre	0.95	1150.57	31	37.12	106
	12.00	14 600.00	365.00		

Donc il faut avoir au moins 119 lits dans les maternités pour assurer l'assistance médicale à l'accouchements. La charge des maternités est plus faible au mois de septembre et en octobre. Ces deux mois sont bons pour les congés du personnel.

Nouvelle condition : perspectives pour 10 ans.

Pour le développement il est décidé de reconstruire les maternités. Il est donc proposé de prévoir le nombre de lits dans les maternités pour la période de 10 ans.

Solution générale :

Faire la projection du nombre de naissances pour la période décennale.

Méthode :

Extrapolation linéaire des nombres de naissances.

Données disponibles :

Nombre annuelle de naissance en 1991-2000

Extrapolation linéaire

- Variable indépendante (X): *quantité de temps (année)*
- Variable dépendante (Y): *nombre de naissance*
- Hypothèse: $y = ax + b$
- Problème: *estimer les paramètres « a » et « b » d'une l'équation linéaire*

11

Estimation des paramètres : $y = a \cdot x + b$

Données

N°	X	Y
Observation	Année	Naissances
1	1991	14 304
2	1992	14 013
3	1993	13 410
4	1994	13 398
5	1995	13 749
6	1996	13 838
7	1997	13 695
8	1998	13 908
9	1999	14 035
10	2000	14 600
somme	19 955	138 950
moyenne	1995,5	13 895

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

$$a = \frac{Cov(x, y)}{s_x^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i x_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_i y_i$$

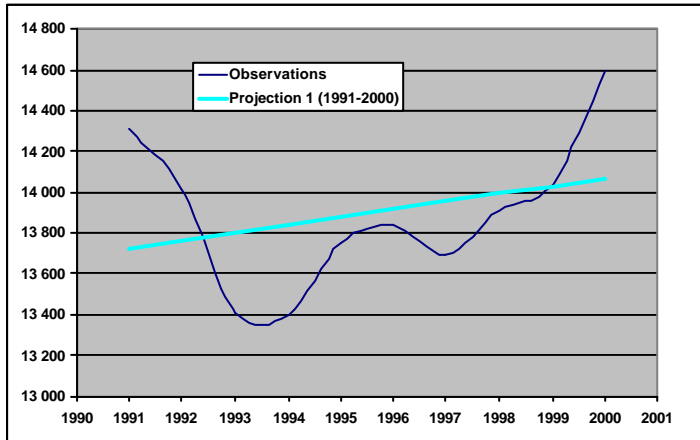
$$s_x^2 = \frac{\sum_i (\bar{x} - x_i)^2}{N}$$

$$Cov(x, y) = \frac{\sum_i (\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)}{N}$$

12

Choix d'une période pour estimation des paramètres: première solution

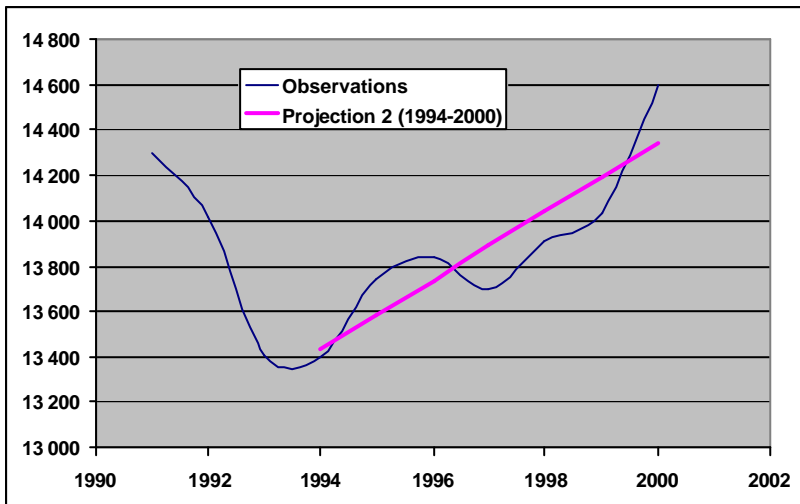
période 1991-2000 $a = 38.1$; $b = -62\ 151,7 \rightarrow$, $R^2 = 0.0963$



13

Deuxième solution (période 1994-2000)

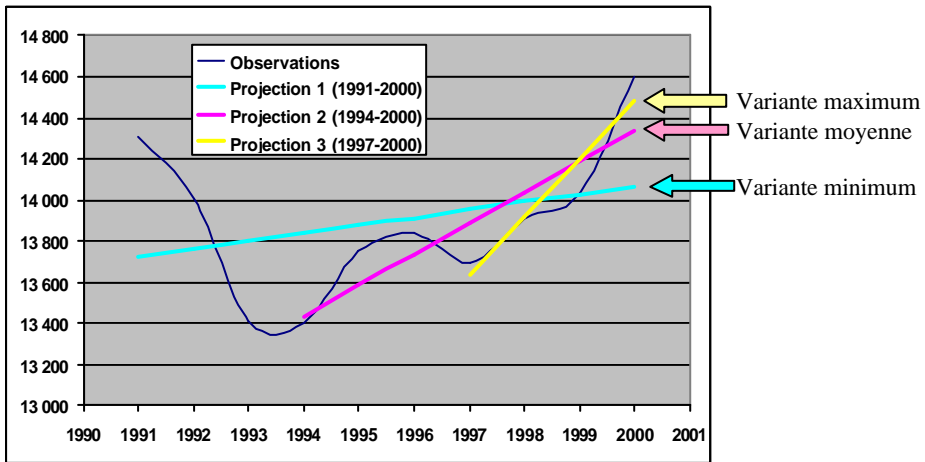
$a = 151,7$; $b = -289\ 084,4 \rightarrow$, $R^2 = 0.78$



14

Troisième solution (période 1997-2000)

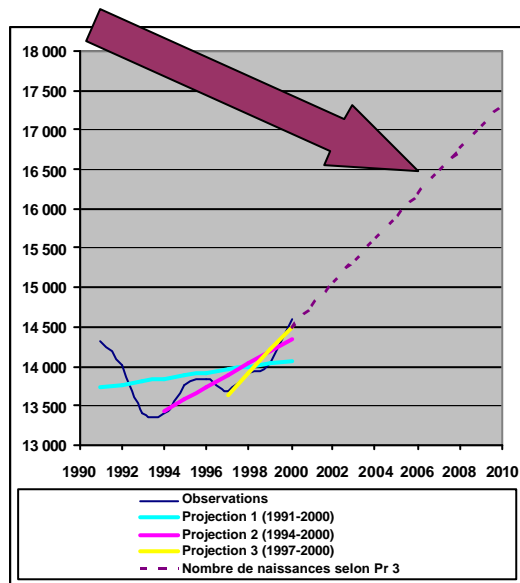
$$a = 284,2; b = -553\,914,2 \rightarrow , R^2 = 0.90$$



15

Résultats de projection (variante maximum)

Année	Naissances
2000	14 486
2001	14 770
2002	15 054
2003	15 338
2004	15 623
2005	15 907
2006	16 191
2007	16 475
2008	16 759
2009	17 044
2010	17 328



16